IN DEI ÆTERNI OMNIPOTENTIS NOMINE.

5

TRATTATO
DELL' ALGEBRA
PROPORTIONALE.

Doue si mostrano le inuentioni de i primi Capitoli, ò Equationi d'essa.

Di Pietro Antonio Cataldi Bolognese.

ALL' ECC. CAVSIDICO
IL SIGNORE DOMENICO
ALBANI BOLOGNESE.

IN BOLOGNA,
Appresso gli Heredi di Giouanni Rossi MDCX.
Con licenza de' Superiori.

Imprimatur F. Albertus Dielaitus, Ordinis Carmelitarum Bononienſis, pro Reuerendiſsimo Patre Inquiſitore.

D. Marcellus Baldaſsinus Clericus Regularis S. Pauli, & Sacræ Penitentiariæ Bononienſis Rector, pro Illuſtriſs. Archiep.

ALL' ECC. CAVSIDICO

SIGNOR MIO OSSERVANDISSIMO

IL SIGNOR DOMENICO ALBANI.

I molti fauori ch'io riceuo dall' officioſiſsima perſona di V. S. oltre gl'altri buoni effetti, che partoriſcono, mi liberano da molta perdita di tempo, che mi conuerria conſumare in sbrigarmi da faſtidioſi negotij, & mi concedono agio di ſpenderlo in migliore vſo, come al preſente nella compoſitione di queſta Operetta, la quale per ciò, di ragione depende da Lei, & è debita à Lei, ſe bene per altra cauſa più vniuerſale è pure ſimilmente da farſi conoſcere per ſua, che eſſendo io ſuo deditiſsimo Seruitore ſuo anco è quello, che da me può deriuare; Vn ſol penſiero m'ha fatto ſtare alquanto ſoſpeſo à preſentargliela, & è il vedere la debolezza della picciola Opera, ma ne ſono ſtato inanimito dal conſiderare, che la magnanima bontà di V. S. è tale, che aggradiſce ancora le coſe minime, che vengono da ſincero cuore, come è queſta che dall' animo mio deriua, onde per ciò ſicuramente le viene à fare riuerenza per me, ſupplicandola della continua ſua benigna protettione, acciò inſieme con me i poſteri ancora le habbino obligo particolare, ſe per tal cauſa potrò impiegare il tempo in operar coſe d' ornamento, ò profitto in alcuna ſcienza; Et per fine baciandole humilmente le mani le deſidero da N. S. Iddio continui augumenti di felicità.

Di V. S. Ecc.

Deuotiſs. & obligatiſs. ſeruidore

Pietrò Antonio Cataldi

TAVOLA
Delle cose occorrenti nel presente Trattato.

DElla derivatione, ò nascimento dell' Algebra. à facc. 1
Delli Caratteri delle dignità Algebratiche. 1
Diffinitione della proportione. 2
Diffinitione delle quantità proportionali. 3
Diffinitione delle quantità continue proportionali. 3
Considerationi prime circa alle proprietà delle quantità continue proportionali, & altre. 3
Regola all' Equatione di 2. & 1. eguali à numero. 5
Modo di trouare tre numeri quadrati, la somma de' quali sia numero quadrato. 5
Modo di trouare quanti numeri quadrati si voglino, le somme de' quali siano numeri quadrati. 6
Regola all Equatione di 2. eguale à 1. & numero. 10
Regola all' Equatione di 2. & numero eguale à 1. 13
Altre considerationi circa alle inuentioni delle quantità continue proportionali, & altre. 16
Regola all' Equatione di 4. & 2. eguali à numero. 18
Regola all Equatione di 4. eguale a 2. & numero. 20
Regola all Equatione di 4. & numero eguale a 2. in diuersi modi 22
Notisi, che à facciate 31. le tre Propositioni, che seguono fino à facciate 34. à righe 12. sono vna Parentesis & douerianno esser fatte in lettera diuersa, come molte altre Parentesis antecedenti, & seguenti fino à facciate 41.
Operationi doue si pongono in vso l' Equationi simplici dell' Algebra 41
Altre Operationi doue si praticano le Equationi cõposte dell Algebra 50
Alcuni quesiti piacenoli per recreatione, & diletto de gl' amorenoli, & benigni Lettori. 71
Alla facciata 1. riga prima, dopò la parola cosa aggiungasi (Et è scienza di numeri, quale insegna dal falso eltrahere il vero, & mediante l' incognito render noto quello, che si domanda, Et per ciò il fine d' essa è la cognitione della quantità ignota.)

DELLA

DELLA DERIVATIONE, O NASCIMENTO DELL' ALGEBRA.

L'Algebra, che in nostra lingua si chiamarà Regola della Cosa, può hauere il suo nascimento dal naturale discorso, come io mostro in altra mia Opera (al modo, che dal medesmo natural discorso hò deriuato l'Aritmetica) che chiamo Vniuersale, per essere ella necessaria à tutte le Scienze, Arti, & negotij, diuisa in quattro Parti, delle quali sono stampate la Prima, & Seconda, che l'altre due con molte Opere di numeri, & linee, & altre già composte, si stamparanno quando vi sia la commodità, ò che occorra occasione à proposito) Et anco può hauere il fondamento dalle Dimostrationi Geometriche; Et di più può deriuare dalle considerationi della Quantità in genere, mediante le proprietà delle quantità proportionali; Da questa consideratione hora della quantità in genere, & conuenienze, che fra loro auuengono nelle Quantità proportionali si fà nel presente Trattato deriuare essa Algebra, ò Regola della Cosa, che perciò le dò nome di Algebra proportionale; Onde gli Studenti, che sapendo adoprare le quãtità Irrationali, & le Algebratiche, Sommando, Sottrando, Moltiplicando, & Partendo, poneranno diligente attentione nel leggerla, potranno ottimamente conoscere l'origine in questa maniera delli Capitoli, ò vogliamo dire Regole dell'Equationi principali dell'Algebra, & perciò imprimersele nella mente à bastanza, acquistando attitudine alle Speculationi, & Inuentioni Mathematiche, & facendosi esperti nella cognitione di molt'altre cose, che discorrendo si vengono à mostrare con molta sodisfattione dell'intelletto il proprio cibo del quale è apunto la speculatione, & intelligenza della causa delle cose; oltre di ciò il beneficio, ò vogliamo dire l'vtilità, che risulta da questa Scienza Algebratica è mirabile, perche (oltre il risoluersi con essa facilissimamente le domande, che nell'Aritmetica occorrono nelle Regole chiamate Di falsa positione simplice. Et falsa positione doppia, & molti altri Quesiti Aritmetici, & Geometrici) da essa come da minera, ò da fonte deriuano le inuentioni di molte cose nella quantità, che senza essa ne anco i molto esperti Aritmetici, & Geometri ritrouariano; Et di più da esse Inuentioni Algebratiche se ne possono estrahere le facili Regole numerali, & le lineali, ò vogliamo dire Aritmetiche, & Geometriche da risoluere le istesse domande, che dall'Algebra si saranno risolute; Et in somma questa marauigliosa Scienza può seruire à tutte le Scienze, & Arti, & massime nelle loro speculationi difficili, & recondite, come si può vedere nelle mie Algebra applicata, Diffesa d'Archimede, & altre Opere; Perilche molta acutezza acquistano gl'intelletti, che in questa Dottrina si esercitano, & si fanno atti alla intelligenza vniuersale d'ogni sorte di Scienza, per potersi esercitare di continuo, & operare ad laudem Dei æterni omnipotentis, cui sit semper omnis honor, & gloria.

Delli Caratteri delle Dignità Algebratiche.

LE Dignità Algebratiche (che per ordine sono, Cosa, Censo, Cubo, Censo di censo, Primo relato, Censo cubo, Secondo relato, Censo di censo di censo, Cubo di cubo, Censo primo relato; Terzo relato, Censo censo cubo, Et così seguendo come conuiene alle compositioni loro, che sempre sono Censi, Cubi, & Relati, replicati quante volte bisogna) si sogliono nelle diuerse Prouincie, diuersamente seruire, ò rappresentare da gli Scrittori loro, che in vn modo in Spagna, ò gli Spagnuoli, in altro i Francesi, in altri gl'Italiani, in altro gli Alemani, &c. gli scriuono; & talmente diuersi fra loro, che è fatica à fare basteuole pratica in essi per conoscerli distintamente in ciascuno Autore, ò Scrittore, oltre che conuiene à gli Stampatori nelle diuerse Prouincie, formare essi diuersi Caratteri; che solo poi alle Opere d'Algebra (quali di raro si stampano) gli seruono; Onde io considerando à trouare qualche facilità in ciò, mi venne pensato molti anni sono, mentre scriuo l'Opera d'Algebra, che molto commodamente possono seruire li numeri taghiati, cioè 1 2 3 4 5 6 7 8 9 m n r, &c. che si adoprano communemente in tutte le Prouincie nel Partire à Galea, & si trouano in tutte le Stamparie, doue si sogliono stampare Opere d'Aritmetica, o doue occorrono numeri; perilche fermatomi in questo, & usi di adoprar sempre tali numeri taghiati

2	1	Cosa
4	2	Censo
8	3	Cubo
16	4	Censo di censo, ouero quadro quadrato
32	5	Primo relato
64	6	Censo cubo
128	7	Secondo relato
256	8	Censo censo censo
512	9	Cubo cubo
1024	10	Censo primo relato
2048	11	Terzo relato
4096	12	Censo censo cubo

nell'Opera d'Algebra, nella presente, & nelle mie tutte doue occorrà rappresentare Dignità Algebratiche, giudicando questo modo facilissimo, & per i Stampatori, & per i Scrittori, che seruendo in qualsi vogli linguaggio, potranno (se così li piacerà) vsarli con molta commodità, & che potranno senza alcuna fatica essere subito intesi in qual si vogli Prouincia; Di più mediante questi Caratteri di numeri ordinarij se bene tagliati, si viene à rendere facilissimo, ò commodissimo il Moltiplicare, & il Partire d'esse Dignità; Che quanto al Moltiplicare vna Dignità per vn'altra, il denominatore, ò segno Algebratico del prodotto viene sempre ad essere il numero tagliato, che è somma delli dui numeri tagliati rappresentanti le Dignità Algebratiche delle due quantità, che si moltiplicano insieme; Et facilissima cosa è sommare essi numeri tagliati insieme (ò Sottrare il minore dal maggiore quando accaderà) Onde à Moltiplicare 1 via 2, cioè Cose via Censi, perche 1, & 2. fà 3, il prodotto sarà 3, cioè Cubi; Et così 2 via 2, Il prodotto sarà 4, cioè Censi di Censi; Et 3 via 4, cioè Cubi via Censi di Censi, perche 3, & 4. fà 7. il prodotto sarà 7, cioe Secondi relati; Et però 5 3 via 8 4, fa 407. Et così de gl altri; Quãto poi al Partire, Cauando il numero rappresentante la Dignità del Partitore dal numero rappresentante la Dignità della quãtità partita, ò da partire, il restante sarà il num. rappresentante la Dignità dell'auuenimẽto; Che con 2, partendo poniamo 4, perche à cauare 2 da 4, resta 2. l'auuenimento sarà 2; Onde con 6 2, partendo 204, l'auuenimento è $3\frac{1}{7}$ 2, & con 12 3 partendo 15 8, l'auuenimento è $1\frac{5}{8}$ 5; cioè con 12. Cubi partendo 15. Censi, censi, censi; l'auuenimẽto è $1\frac{5}{8}$ relati; Et con 3 2 6, partendo 12 6, l'auuenimento è $\frac{1}{2}$. & è numero, cioè libero da denominatione Algebratica, perche à cauare 6, rappresentante la dignità del partitore da 6 rappresentante la dignità della quantità, che si parte, resta niente; Et con 12 4 partendo 28 3; perche 4, rappresentante la dignità del partitore non si può cauare da 3 rappresentante la dignità della quantità, che si parte, l'auuenimento si scriuerà in forma di rotto, così $\frac{28\ 3}{12\ 4}$ Si potrà bene schiffare, ò abbreuiare, partendo così il numeratore, come il denominatore per 4 3, che entra nell'vno, & nell'altro, & si ridurrà à $\frac{7}{3\ 1}$. Et anco se non ci curiamo di cotti quelli numeri, potremo ridurre il numero del denominatore, ò partitore ad 1. partendo ciascun d'essi per 3; & haueremo $\frac{2\ 1}{1\ 1}$. Che significa $2\frac{1}{3}$. esimo d'1 1. O vogliamo dire $2\frac{1}{3}$. da partire per 1 1; Et nel medesmo modo si potrà operare di continuo.

Diffinitione prima.

LA proportione è la conuenienza, che hanno fra loro due quantità d'vn medesimo genere, paragonata cioè la prima, che si chiama antecedente alla seconda, che si chiama consequente; Et il denominatore d'essa proportione, che hà l'antecedente al consequente è il numero delle volte, che il consequente è contenuto nell'antecedẽte, per il che esso denominatore è l'auuenimento, che si troua partendo l'antecedente per il consequente; Per esempio siano A 10, & D 4. due quantità d'vn medesimo genere, cioè dui numeri, ò due linee, ò due superficie, ò dui angoli, ò dui corpi, ò dui tempi, &c. & sia, che si paragoni A 10. che si chiamarà Antecedente, à D 4. che si chiamarà Consequente; In questo paragone la conuenienza, che hà A à D. si chiama la proportione di A à D, & perche A. contiene D. volte $2\frac{1}{2}$. (che 4 D. entra in 10 A. volte $2\frac{1}{2}$.) si dirà, che la proportione di A à D. è di $2\frac{1}{2}$. (che si chiamarà dopla sesquialtera) & questo $2\frac{1}{2}$. è il denominatore di detta proportione, che hà A 10. à D 4. Ma se paragonassimo D 4, ad A 10. che così D 4. saria antecedente, & A 10. consequente, allhora, perche esso D 4. antecedente contiene A 10. consequente volte $\frac{2}{5}$. (che A 10. consequente entra in D 4. antecedente volte $\frac{2}{5}$. ò vogliamo dire, che à partire D 4. antecedente per A 10. consequente ne viene $\frac{2}{5}$) si dirà, che la proportione di D. ad A. è di $\frac{2}{5}$. (quale si chiamarà subdupla sesquialtera

da 1 La-

da i Latini, intorno à i quali nomi non mi dilatarò per breuità, eſſendo che à noi non importa tener conto d'eſsi, ma ſolo del numero aſtratto, che chiamiamo denominatore della proportione) & queſto $\frac{3}{4}$. è il denominatore d'eſſa proportione, che hà D 4. ad A 10.

Diffinitione ſeconda.

LE quantità, che paragonate inſieme à due, à due, cioè l'Antecedente al ſuo Conſequente hanno vna iſteſſa proportione, cioè, che i denominatori d'eſſe loro proportioni ſono vn' iſteſſo numero, ò quantità ſi chiamano proportionali. Per eſempio. Delle 12. quantità A 12. B 4; C 15. D 5; E 21. F 7; G & 45. H & 5; I 182. K 62; L 24 m & 90. M 8 m & 10; paragonando A à B, C à D, E ad F, G ad H, I à K, & L ad M. perche il denominatore di ciaſcuna di queſte proportioni è 3, eſſe 12. quantità ſi dicono eſſere proportionali, cioè, che dalla prima alla ſeconda è come dalla terza alla quarta, & dalla quinta alla ſeſta, & dalla ſettima alla ottaua, & dalla noua alla decima, & dalla vndecima alla duodecima.

Diffinitione terza.

LE quantità ſi dicono eſſere continue proportionali (cioè continuate in vn'iſteſſa proportione) quando eſſendo la prima ſimplice antecedente, & l'vltima ſimplice conſequente, ciaſcuna dell'altre intermedie, vna, ò più che vi ſi trouino, ſarà, & conſequente riſpetto alla ſua proſsima anteriore; & antecedente riſpetto alla ſua proſsima ſeguente, ò poſteriore; Per eſempio, Hauendo A 9. B 6. C 4. & intendendoſi in eſſe paragonato A. à B. & B. iſteſſo à C. & eſſendo la proportione di A 9. à B 6. che hà per denominatore $1\frac{1}{2}$. eguale alla proportione, ò vogliamo dire, eſſendo la iſteſſa proportione, che hà B. medeſimo 6. à C 4. il denominatore della quale è l'iſteſſo $1\frac{1}{2}$. detto; perciò da queſta continuata proportione di eſſo $1\frac{1}{2}$. in dette quantità doue la media è conſequente alla prima eſtrema, & antecedente alla terza eſtrema, eſſe 3. quantità ſi chiamano continue proportionali, & così in 3. ſole quantità ſi conſidera contenerſi due proportioni. Similmente le ſeguenti 8. quantità A 4374. B 1458. C 486. D 162. E 54. F 18. G 6. H 2, ſi chiamano continue proportionali, quando intendendoſi in eſſe contenerſi 7. proportioni, cioè, che ciaſcuna delle 6. intermedie ſia conſequente alla à lei proſsima ſuperiore; & antecedente alla à lei proſsima ſeguente, ò inferiore, queſte 7. proportioni ſiano eguali fra loro, cioè habbino vn'iſteſſo denominatore, che hora è 3; & però ſi dirà, che eſſendo da A. à B. come da B. à C. & come da C. à D. & come da D. ad E. & da E. ad F. & da F. à G. & da G. ad H. queſte 8. quantità ſono continue proportionali; & le 6. di mezo, ò intermedie fra la prima, & ottaua eſtreme (ſimplice antecedente la prima, & ſimplice conſequente l'vltima) ſi dicono eſſere 6. medie continue proportionali fra A. prima, & H. ottaua. Et quando le quantità proportionali, che ſi conſiderano ſono ſolamente 3. come A 4374. B 1458. C 486. Ouero A 7. B 35. C 175. ò ſimili, allhora la B. media ſi chiama media proportionale fra le due eſtreme A. & C.

CONSIDERATIONI PRIME.

Propoſitione prima.

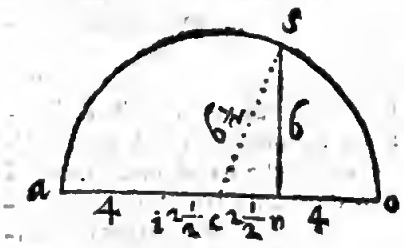
VANDO tre quantità ſono continue proportionali, il dutto della prima nella terza è ſempre eguale al dutto della ſeconda in ſe medeſima, cioè al quadrato della media.

Siano A 9. B 6. C 4. tre quantità continue proportionali, cioè tali, che da A 9. à B 6. ſia come da B 6. à C 4. che così tante volte contenirà A 9. la B 6. che è volte $1\frac{1}{2}$. D. quante volte la B 6. contiene la C 4. che è medeſimamente volte $1\frac{1}{2}$ D. Si dice, che il dutto delle due eſtreme A 9, & C 4. (qual dutto è 36.) è eguale al dutto della media B 6. in ſe ſteſſa, cioè al quadrato della ſeconda B 6. (qual quadrato è medeſimamente 36.) Perche eſſendo che A 9. prima contiene B 6. ſeconda volte $1\frac{1}{2}$ D. ancora la B 6. ſeconda contenirà C 4. terza le iſteſſe volte $1\frac{1}{2}$ D. Onde la A 9. prima verrà à contenere la C 4. per volte $1\frac{1}{2}$. via volte $1\frac{1}{2}$. cioè per D. via D. che è volte $2\frac{1}{4}$ E, perilche à moltiplicare A 9. via C 4. il prodotto ſarà quanto à multiplicare 4. via vna quantità, che contenga

A B C
9 — 6 — 4
1½ 1½
D D
E 2¼

4. via 9.
4. via 4. & via E 2¼.
Cioè
4. via 4. via 1½. via 1½.
6. via 6.
4. via 1½. via 4. via 1½.
Cioè
4. via 4. via 1½. via 1½.

esso 4. volte 2¼. cioè quanto è moltiplicare 4; via 4. volte 2¼. ò resolvendo il 2¼. nelli suoi dui producenti 1½. via 1½; farà quanto è moltiplicare 4; via 4; via 1½. via 1½. Cioè tanto è il dutto di A 9. prima in C 4. terza, quanto il dutto di queste quattro quantità 4, 4, 1½, 1½. fra loro. Ancora, Perche B 6. media, ò seconda delle tre quantità continue proportionali, contiene la C 4. terza le volte 1½. D & intesa vn'altra B 6. ella contenirà la istessa C 4. le istesse volte 1½. D. Onde la B 6. si produrrà dalla C 4. moltiplicata via la D 1½. Et l'altra B 6. si produrrà medesmamente da C 4. moltiplicata via D 1½. perilche il dutto dell'vna B 6. via l'altra B 6. cioè il quadrato della B 6. media verrà à prodursi da queste quattro quantità 4, 1½, 4, 1½. moltiplicate fra loro, cioè il quadrato della media, ò seconda quãtità C 6. è eguale al dutto fra loro di queste quattro quantità 4. via 4. via 1½. via 1½. Ma al medesmo dutto d'esse quattro quantità fra loro, si è veduto essere ancora eguale il dutto della prima A 9. nella terza C 4. perilche questo dutto della prima A 9. nella terza C 4. si conosce essere eguale al quadrato della media B 6. come si volea mostrare.



Questo inteso, perche quando tre quantità ò numeri, ò linee, poniamo le tre linee rette a n 9, n s 6, n o 4. siano continue proportionali (come si vede nella construttione) che nel mezo cerchio a s o, la n s, perpendicolare al diametro a o, è media proportionale fra le due parti a n, n o, d'esso diametro) allhora il dutto della prima nella terza è eguale al quadrato della media, ne segue, che anco il dutto della minore, che è vna delle due estreme, in se stessa giunto al dutto della medesima minore nella differenza, che è da essa all'altra estrema maggiore, sia eguale al quadrato della media (poiche tanto è il dutto di n o, in n a, quanto di n o, in a i, & in i n, che sono a i, la istessa n o, & i n, la differenza di n o, ad a n.) Onde connersamente quando si dirà il dutto di n o, in n i, giunto al quadrato dell'istessa n o, fà quanto il quadrato di n s, si conoscerà che essa n s, è media proportionale fra n o, minore, & la somma di n o, & n i, cioè che tutta la i o, farà la maggiore, n s, la media, & n o, la minore di tre rette continue proportionali.

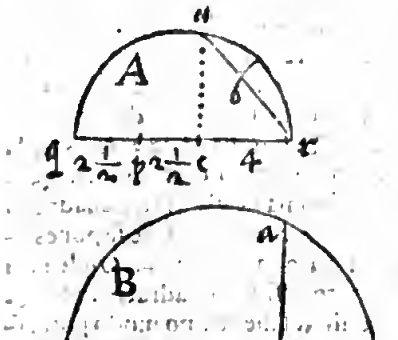
Et dicendosi di tre rette continue proportionali, la media n s, è 6, & la differenza di n o, minore ad n a, maggiore, cioè n i, è 5, si domanda la minore n o. Se ponessimo ella essere 1 r, perche poi n c, fino al centro c, deue essere la mità di 5. differenza di n o, minore ad n a, maggiore, sapremo tutta c o, ouero c a, & però c s, semidiametri essere 1 r, p̃ 2½. Et perche il quadrato solo di c s, che è 1 z p̃ 5 r p̃ 6¼. è sempre eguale, nel triangolo rettãgolo c n s,) alla somma de' dui quadrati di c n, che è 6¼, & di n s, che è 36. & fanno 42¼.) sapremo, che 1 z p̃ 5 r p̃ 6¼. è eguale à 42¼. Onde alla 3z. di 42¼. che è 6½. farà eguale la 3z. di 1 z p̃ 5 r p̃ 6¼. qual 3z. sappiamo esse essere 1 r p̃ 2½. Et così vediamo, che tanto è 1 r p̃ 2½. quanto 6½. Onde leuato 2½. da ciascuna parte, vedremo, che solo 1 r. è eguale à solo 4, cioè, che la r. vale 4. Et questo 4. valore della r. è la n o, minore posta 1 r. essendo la maggiore 5. di più, cioè 9.

Ouero quando habbiamo 1 z p̃ 5 r p̃ 6¼. eguale à 42¼. leuando noi da ciascuna parte il 6¼. (che è sempre il quadrato di 2½. mità di 5. numero delle r. qual numero delle r. è sempre il 5. differenza di n o, minore ad n a, maggiore) haueremo 1 z p̃ 5 r. eguale à 36. (che il 36. è sempre il quadrato di 6. n s, media) & perche à giungere il quadrato di n c, mità del 5. n i, cioè mità di 5. numero delle r. con 36. quadrato di n s, & fà 42¼. questa somma deue essere eguale al quadrato di c s, semidiametro, & però di c o, sapremo, che c o, è la 3z. di 42¼. cioè 6½. ma perche la parte c n, di c o, è nota essere 2½. si farà nota la restante n o, cioè la r. essere, ò valere 4. Perche dunque, quando posta n o 1 r. (che il suo quadrato è sempre 1 z.) & giontoli c n, mità del 5 n i, & il cõposto 1 r p̃ 2½. moltiplicato in se stesso, produce sempre 1 z. & 5 r. & 6¼. del qual prodotto il numero de z. è sempre 1. quadrato d'1. (numero delle r. della positione) & il 5. numero delle r. è sempre il dutto di 1, & 1. via 2½. cioè di 2. via 2½. cioè è il doppio di 2½. & però è il 5. istesso n i. detto; Et il 6¼. è sempre il quadrato del 2½. mità d'esso 5. che cauato dalla somma de' quadrati di c n, & n s, resta sempre il solo quadrato di n s, cioè 36. da vna banda, & dall'altra resta solo l'1 z p̃ 5 r. vediamo, che quando sia tanto 1 z p̃ 5 r. quanto 36. cioè quando si habbi 1 z p̃ 5 r. eguale à 36. se noi al 36. giongeremo il quadrato di 2½. mità del 5. numero

delle r.

delle 1, che ſia 42½, & di queſto pigliaremo la Rt, che è 6½. & da eſſa ne caueremo il 2½. mità di 5. numero delle 1, il reſtante 4 ſarà il valore della 1, poiche così virtualmente ſi viene à giungere il 6¼. à ciaſcuna parte, & ſi forma 1 2 p̃ 5 1 p̃ 6¼. Et 42½. che pure ſono eguali, & perciò la Rt, d'1 2 p̃ 5 1 p̃ 6¼. che ſappiamo eſſere ſempre 1 1 p̃ 2½. (per eſſer la quantità 1 2 p̃ 5 1 p̃ 6¼ ſempre quadrata) cioè la Rt d'1 2, che è 1 1. Et di più vn numero, che è ſempre la mità di 5. numero delle 1, viene ad eſſere eguale alla Rt, del compoſto 42½. qual Rt, è 6½. Onde dalla Rt. detta leuato il 2½. che ſono quantità d'vn medeſmo genere, cioè libere da dignità Algebratica, reſtarà ſolo l'1 6 eguale à detto reſtante, perilche eſſo reſtante ſarà il valore della 1. Di quì dunque vediamo poterſi deriuare la Regola del Capitolo, ò Equatione d'1 2, & 1, eguali à numero, dicendo: Quando 1 2, & 1, ſono eguali à numero; Al numero della Equatione ſi giunga il quadrato della mità del numero delle 1, & dalla Rt, della ſomma ſi caui la mità del numero delle 1, che il reſtante ſarà il valore della 1.

Ancora, perche date due rette 9. & 4. ſe ſopra alla maggiore come ſopra à diametro formaremo vn mezo cerchio, & da eſſa, cominciando da vn'eſtremo, ſegaremo la minore, & dal punto c, del ſegamento ergeremo la c a, perpendicolare al diametro, ſegnando il punto a, doue ella peruiene alla circonferenza, & da eſſo punto a, all'eſtremo r, commune al diametro, & linea minore delle due date, tiraremo la retta a r, queſta a r 6. ſarà media proportionale fra le due date 9. & 4. (per la ottaua del ſeſto d'Euclide) & noi di ſopra nella figura ſuperiore, habbiamo veduto, che al quadraro di queſta 6. media s n, giunto il quadrato di 2½ n c, mità di 5 n i, differenza, che è dalla 4 o n, minore alla 9 n a, maggiore, ſe ne cõpone il quadrato di c s, ſemidiametro, & però di 6½ c o, linea compoſta dal 4. minore, & dal 2½. mità della differenza detta, che è dalla minore alla maggiore. Onde hora nella figura A, doue la maggiore è r q 9. la minore r c 4. la differenza loro c q 5. la mità d'eſſa differenza c p 2½. & la retta compoſta da eſſa 2½. mità della differenza detta, & dalla minore c r 4. è p r 6½. eſſendo la media fra le 9. & 4. la a r 6. veniamo à conoſcere, che il 42½. quadrato di p r, è compoſto da 36. quadrato di a r, & dal 6¼. quadrato di c p. Ma al 36. quadrato di a r, ſono eguali il quadrato di c a, (qual quadrato ſarà 20.) & il 16. quadrato di c r, onde in vece del quadrato di a r, poſti li dui quadrati di a c, & c r, ſapremo, che al ſolo quadrato di p r, ſono eguali li tre quadrati di p c, a c, & c r.



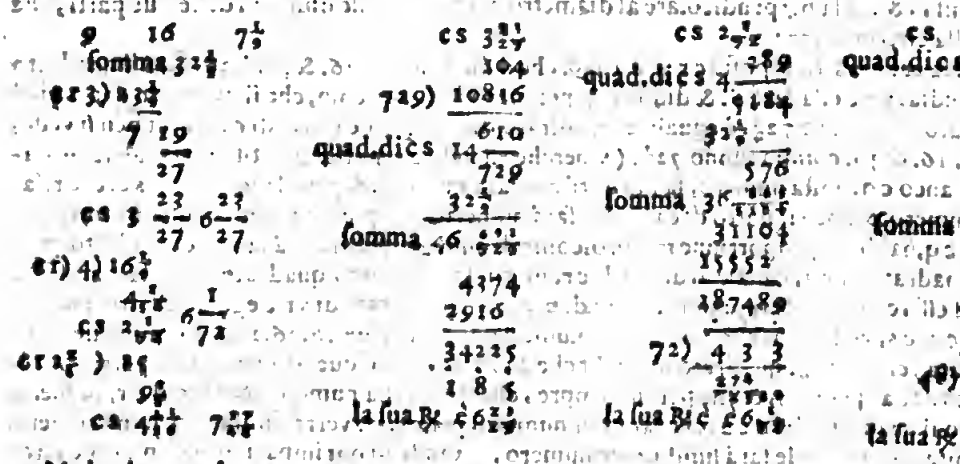
Hora, perche a c Rt 20. è media proportionale fra c r 4. & c q 5. & che c p 2½. è la mità d'eſſa c q 5. vediamo, che nel mezo cerchio preſo il punto c, ſul diametro doue ſi vogli, & da eſſo eretta la perpendicolare c a, peruenente alla circonferenza, & vna delle due parti del diametro diuiſa per mezo, & inteſa vna d'eſſe mità giunta alla parte indiuiſa, vediamo dico, che il quadrato del compoſto ſarà eguale alli tre quadrati, che ſi fanno dalla parte indiuiſa; dalla mità della diuiſa, & dalla perpendicolare al diametro nel punto delle diuiſioni delle due parti, che arriua alla circonferenza.

Et preſa la figura B, ſe poſta c r 4. & c q 9. che il dutto loro è 36. & però 36. farà il quadrato di a c, media, cioè ella ſarà 6. & diuiſa c q, per mezo in s, ſapremo, che il quadrato di s r, cioè il quadrato d'8½. che è 72¼. è eguale al quadrato di s c 4½. di c r 4. & di c a 6. Et ben ſi vede, che 20¼. 16. & 36. compongono 72¼. (& perche eſſendo c r, poſta quantità rationale, cioè numero, & anco c q, poſta numero, la ſua mità c s, ſarà numero, & però la ſomma di s c, & c r, ſarà pur numero, & anco il dutto di c r, in c q, ſarà numero, & di più ſarà numero quadrato, quando c r, & c q, habbino proportione fra loro, come di numero quadrato à numero quadrato, perilche il quadrato di c a, eguale al dutto di c r, in c q, ſarà numero quadrato, cioè la c a, iſteſſa verrà ad eſſere numero; ſappiamo ancora di più, che il quadrato di s r, è eguale alli tre quadrati di c r, c a, c s, vediamo, che ſi hanno tre numeri quadrati, cioè 16. 36. 20¼. la ſomma de quali è quadrata, cioè 72¼. quadrato di s r. Et che s c, è la mità di quel 9. che naſce à partire il 36. quadrato di c a, per c r 4, & che perciò ſempre, che il 6 c a, ſia numero, & anco il c r, numero, partendo il quadrato del 6 c a, che ſarà pur numero, per c r, ne verrà ſimilmente numero per il c q, la mità c s, del quale ſarà ſimilmente numero. Onde di quì impariamo vn modo di trouare tre numeri, la ſomma de quali ſia numero quadrato, & è, che Ponendo la Rt c r, del primo à beneplacito, & ſia 4. & la Rt, del ſecondo c a, à beneplacito, & ſia 6. partendo il quadrato di 6.

cioè 36.

cioè 36. per il c r 4. che ne viene 9. & di questo presa la metà, che è $4\frac{1}{2}$. esso $4\frac{1}{2}$. sarà la ℞. dell'altro nu. quadrato, che giunto alli quadrati di 6. & di 4. farà somma quadrata. Et di più sappiamo, che la ℞. d'essa somma sarà il composto di questo $4\frac{1}{2}$. & del 4. col quale si passi il 36. quadrato del 6. Anzi se di questi tre quadrati 16. 36. $20\frac{1}{4}$. la somma del primo 16. & secondo 36. fusse quadrato, noi haueressimo tre numeri quadrati tali, che è il primo, & secondo soli, & tutti tre insieme farebbono somme quadrate; ma noi potiamo i primi numeri c r, c a, ponerli tali, & potranno essere 3. & 4. Ouero 5. & 12. ò altri, però haueremo l'intento. Che posto la ℞. del primo 3. & del secondo 4. partendo 16. quadrato del secondo, per 5. ne viene $5\frac{1}{5}$. che la metà è $2\frac{2}{5}$. per la ℞. del terzo numero, & la ℞. della somma di tutte 3. i quadrati, che sono 9. 16. & $7\frac{1}{9}$. (& la somma è $32\frac{1}{9}$.) sarà il $5\frac{2}{5}$. che è somma del $2\frac{2}{5}$. ℞. del terzo con 3. ℞. del primo. Et se vorremo trouare vn'altro quarto numero quadrato, che giunto alli tre 9. 16. $7\frac{1}{9}$. quadrati facci somma quadrata, noi, mediante le cose dette, lo potremo fare, perche hauendo veduto, che dato c r, & c a, si trouar c s, il quadrato del quale giunto alli dui quadrati di c a, & c r, forma somma quadrata, volendo noi hora trouare vn numero c s, il quadrato del quale giunto à $32\frac{1}{9}$. facci somma quadrata, conuien supponere, che questo $32\frac{1}{9}$. sia la somma de' quadrati di c r, & c a, onde delli tre quadrati 9. 16. $7\frac{1}{9}$. douendo ponere, che la ℞. d'vno d'essi sia la c r, il restante poi, che è dal quadrato di c r, fino al $32\frac{1}{9}$. verrà à pigliarsi per il quadrato di c a, (che verrà ad essere la somma de gl'altri dui quadrati delli tre, cauatone quello, di che si pone la c r, essere sua ℞.) onde se vorremo, che c r, sia 3. il quadrato di c r, da diuidere per il 3. farà $23\frac{1}{9}$. che resta à cauare il 9. quadrato di 3. da $32\frac{1}{9}$. Et perche di questa partitione ne viene $7\frac{8}{27}$. che la metà è $3\frac{23}{27}$. questo $3\frac{23}{27}$. sarà c s, il quadrato del quale giunto a $32\frac{1}{9}$. che è la somma delli tre primi quadrati, farà $46\frac{679}{729}$. numero quadrato, la ℞. del quale è $6\frac{23}{27}$. somma di c r 3. & c s $3\frac{23}{27}$. Et se ponessimo c r. ℞. del 16. allhora c s ℞. del quarto numero quadrato cercato saria $2\frac{1}{729}$. essendo il suo quadrato, è quarto numero $4\frac{1458}{531441}$. che con il $32\frac{1}{9}$. somma de gl'altri tre quadrati, fà $37\frac{1459}{531441}$. numero quadrato, la ℞. del quale è $6\frac{1}{729}$. somma di 4 c r, & $2\frac{1}{729}$ c s; Che se ponessimo c r, essere $2\frac{2}{5}$. la c s, saria $4\frac{1}{16}$. & però il quarto numero quadrato saria $21\frac{249}{256}$. Onde non solo veressimo ad hauer trouato vn numero quadrato, che giunto alli tre quadrati 9. 16. $7\frac{1}{9}$. formano somma quadrata, ma ne haueressimo trouati tre diuersi. Nel medesimo modo potressimo trouare vn quinto nomero quadrato, anzi quattro numeri quadrati diuersi, che giunto alli quattro quadrati trouati, compouesse somma quadrata. Et anco poi vn sesto numero quadrato (anzi cinque numeri diuersi) che giunto alli cinque nnmeri quadrati, cõponesse somma quadtara. Et cosi seguire à trouarne quanti si volesse.

Onde dicendosi. Trouinsi (poniamo) 10. numeri quadrati, che la somma del primo, & secondo, Et anco del primo, secondo, & terzo, Et anco del primo, secondo, terzo, & quarto, Et anco del primo, secondo, terzo, quatto, & quinto, &c. per ordine fino à comprenderli tutti dieci sieno somme quadrate, noi potremo soluere il questo nell'istesso modo mostrato v. Ma bellissima, & compitissima saria la regola del problema, che potesse dire (se è possibile) Potiamo trouare quanti numeri quadrati si voglino, tali, che la somma de quali, & quanti di loro si voglino sia somma quadrata.



Ma in altro modo ancora potiamo accorgerci, che al quadrato di c r, (nella figura B.) sono eguali li tre quadrati di c s, c r, c a, considerando, che la linea s c, per esser diuisa in due parti

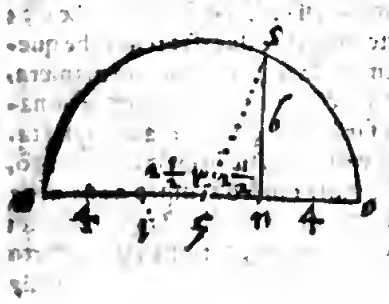
in c,

in c, viene à mostrare il quadrato d'essa s r, essere eguale al quadrato di s c, prima parte, al quadrato di c r, seconda parte, & al dutto della parte c r, nella c s, due volte, & però ad vn solo dutto di c r, nella o q, che è doppia alla c s, & però al quadrato di c a, che è eguale al dutto di c r, in c q, per la proprietà del mezo cerchio, che fà essere retto l'angolo inteso q a r, & però la a c, media proportionale fra q c, c r.

Di più se imaginaremo la retta s a, il quadraro della quale è eguale alli dui quadrati di s c, c a, sapremo, che gionto ad esso quadrato di s a, il quadrato di c r, la somma sarà eguale alli tre quadrati di s c, e a, c r, cioè al quadrato di s r, al quale sono eguali li tre quadrati detti. Et se imaginaremo la retta r a, il quadrato della quale è eguale alli dui quadrati di c r, c a, sapremo che ad esso quadrato di a r, giunto il quadrato di c s, la somma sarà eguale alli tre quadrati di c r, e a, e s, cioè al quadrato di s r, al quale sono eguali li tre quadrati detti. Onde imaginandoci ambedue le rette a s, a r, che fanno vn triangolo nella parte del mezo cerchio, del quale la a r, parte del diametro, che comincia da vn'estremo d'esso diametro è base, & la c a, che arriua con la cima del triangolo alla circonferenza, e perpendicolare dentro à esso triangolo, & le due rette a s, a r, sono i lati del medesimo triangolo, conosceremo che il quadraro di s a, lato sinistro, insieme con il quadrato di c r, caso, ò parte della base destro, è eguale al quadrato della base s r, Et che similmente il quadrato di a r, lato destro, insieme con il quadrato di c s, caso, ò parte della base sinistro è eguale al quadrato della base s r, Per il che si vede, che la somma de' dui quadrati de' dui lati, con la somma de' quadrati de' dui casi è eguale à' dui quadrati della base (ò vogliamo dire è eguale al doppio del quadrato della base) onde à ciascuna bāda gionto il quadrato della perpendicolare c a, haueremo da vna banda i dui quadrati de i dui lati, i dui quadrati de i dui casi, & il quadrato della perpendicolare, che sarāno eguali dall'altra banda à' dui quadrati della base, & al quadrato della perpendicolare; Ma li dui quadrati de i dui casi, insieme con il quadrato della perpendicolare, sono quāto vn quadrato della base (che sappiamo li tre quadrari di s e, c a, c r, essere eguali al solo quadrato di s r,) Onde dalla prima banda leuati i dui quadrati de i dui casi, & il quadrato della perpendicolare (che restarà solo i dui quadrati de i dui lati) & dall'altra banda leuato vn quadrato della base (che restarà vn solo quadrato della base, & il quadrato della perpendicolare) vediamo che la somma de' quadrati de' dui lati è eguale alla somma del quadrato della base, & del quadrato della perpendicolare, Ouero potiamo dire, Il quadrato di a s, lato sinistro è eguale al quadrato di c s, & al quadrato di e a, Et il quadrato di a r, lato destro è eguale al quadrato di c r, & al quadrato di e a, però la somma de' quadrati di a s, r a, è eguale alli dui quadrati de' casi, & à' dui quadrati della perpendicolare, ma i dui quadrati de casi con vn quadrato della perpendicolare fanno quanto il quadrato della base (come di già sappiamo) però al quadrato della base con vn quadrato della perpendicolare, ò vogliamo dire con il quadrato della perpendicolare è eguale la somma de' dui quadrati de i dui lati. Potiamo dunque inferire, ò deriuare questa propositione.

Se nel diametro d'vn cerchio, sia preso vn punto, & da esso erettali vna perpendicolare, che arriui alla circonferenza, & da doue ella vi arriua, all'vno estremo del diametro tirata vna retta, & il restante del diametro verso l'altro estremo diuiso per mezo, & dal punto della diuisione al punto della circonferenza tirata vna retta, allhora del triangolo formato da esse due rette come lati, & dalla parte del diametro fra loro intrapresa come base, occorrerà che la somma de' quadrati d'essi dui lati sarà eguale alla somma de' quadrati della base, & dell'altezza, ò perpendicolare d'esso triangolo.

Dicendosi dunque, D'vn triangolo la somma de' dui qnadrati de' dui lati è eguale alla somma del quadrato della base, & del quadrato della perpendicolare, sapremo che la perpendicolare è media proportionale fra vna parte della base (cioè fra vno de' dui casi) & il doppio dell'altra parte, cioè fra il doppio dell'altro de i dui casi) Onde data la base, & la perpendicolare, potremo trouare i casi, & poi i lati, ma di questo si trattarà in altro luogo.



Ancora considerando, che per esser le tre rette o n 4. n s 6. n a 9. proportionali, ne segue, che il dutto delle estreme 4. & 9. sia eguale al quadrato della media 6. Et vedendo, che il quadrato della maggiore a n 9. cioè 81. è eguale al dutto delle due parti a i 4. (eguale alla minore n o.) & i n 5. (differend'esse due estreme) nella totale n a, perche di questi dui dutti il primo di a i 4. in a n, totale è eguale al quadrato della n s, media, conosciamo, che il quadrato della media con il dutto della maggiore nella differenza, che è da essa alla minore,

more, ſono eguali al quadrato d'eſſa maggiore. Perilche ſi può dire, che il quadrato 81. della maggiore, cauatone il dutto (45.) d'eſſa maggiore nella differēza delle eſtreme è eguale al quadrato della media.

Onde conuerſamente quando ſi dirà il quadrato di a n, cauatone il dutto di a n, in u i, ò vogliamo dire il quadrato di a n, manco il dutto di a n, in n i, è eguale al quadrato di u s, ò dicendoſi di tre quantità, ò linee rette, il quadrato della prima cauatone il dutto della prima nella differenza d'eſſa alla terza è eguale al quadrato della ſeconda, ſi conoſcerà, che queſte tre rette, ò quantità ſono di neceſsità continue proportionali, & che la prima è la maggiore, la ſeconda la media, & la terza è la minore.

Et perche di quattro quantità proportionali il dutto delle eſtreme prima & quarta è così eguale al dutto delle due medie, ſeconda, & terza, come anco di 3, ſole continue proportionali, il dutto delle due eſtreme è eguale al dutto della media in ſe ſteſſa (che per moſtrarlo, diſcorreudo naturalmente, eſſendo A 5. prima, B 3 ſeconda, C 35. terza, & D 21. quarta, quattro quantità proportionali, cioè tali, che la proportione della prima A, alla ſeconda B, ſia come la proportione della terza C, alla quarta D, & perciò tali, che quante volte (ò più, ò manco della vnità) la prima A, contiene la ſeconda B, le medeme volte anco la terza C, conteuga la quarta D, conſideraremo, che ſe la A, contiene la B per le volte E $1\frac{2}{3}$. moltiplicando noi, così la A, come la B, via vna medeſma D 21. ancora il dutto della A, nella D, conterrà il dutto della B, nella iſteſſa D, per le medeſime volte E $1\frac{2}{3}$. per le quali l'vn moltiplicante A, contiene l'altro moltiplicante B. Onde ſe moltiplicaſsimo il dutto di B, in D, per la E, allhora il prodotto ſaria eguale al dutto di A, in D. Ma tanto è dire il dutto di B, in D, per la E quanto è dire il dutto di D, in E, per la B, poiche in ciaſcun modo ſi produce il dutto di eſſe tre quantità B, D, E, fra loro, perilche ſi vede, che moltiplicando la B, per il dutto di D, in E, (ò vogliamo dire per vna quantità, che fuſſe le volte E $1\frac{2}{3}$. quanto la D, ò che conteneſſe la D, per le volte E $1\frac{2}{3}$. il prodotto ſaria eguale al dutto della A, nella D, ma la C 35. è tale, cioè contiene la D, per le volte E $1\frac{2}{3}$. (come la A, contiene la B,) però à moltiplicare la B, via la C, il prodotto ſarà eguale al dutto della A, nella B, come ſi volea moſtrare) ſi può dire, che di 4. quantità proportionali il quadrato della maggiore delle due eſtreme, cauatone il dutto d'eſſa maggiore nella differenza, che è da lei all'altra eſtrema, è eguale al dutto delle due medie. Ouero conuerſamente; quando ſi dirà, di 4. quātità il quadrato della maggiore delle due eſtreme cauatone il dutto d'eſſa nella differenza, che è da lei all'altra eſtrema, è eguale al dutto delle due medie, ſi conoſcerà, che queſte 4. quantità ſono proportionali.

prima ſeconda terza quarta
A B C D
5 3 35 21
E $1\frac{2}{3}$ E $1\frac{2}{3}$

5. via 21. fà volte $1\frac{2}{3}$. quanto 3. via 21. però 3. via vna quantità, che ſia volte $1\frac{2}{3}$. il 21. farà quanto 5. via 21. ma il 35. è tale, cioè contiene volte $1\frac{2}{3}$. il 21. però 3. via 35. farà volte $1\frac{2}{3}$. quanto 3. via 21. & però ciò farà quanto 5. via 21.

Anzi (perche eſſendo come da 5. à 3. così da 35. à 21. ancora permutatamente da 5. à 35. ſarà come da 3. à 21. Et conuerſamente da 35. à 5. come da 21. à 3. Et anco ſaria da 35. à 21. come da 5. à 3. Et così ne gl'altri modi del margine, che quando 4. quātità ſono proportionali) in 8. modi elle poſſono eſſere accommodate, che pure ſaranno proportionali, poiche ciaſcuna d'eſſe 4. può eſſere nel primo luogo due volte) noi potiamo aſſolutamēte dire, che di 4. quantità proportionali il quadrato della maggiore cauatone il dutto d'eſſa nella differēza, che è da lei alla minore è ſempre eguale al dutto dell'altre due quantità.

5	3	35	21	21
				via 16
		105	441	336
		cauato	336	
		reſta	105	

5	3	35	21
5	35	3	21
35	5	21	3
35	21	5	3
3	5	21	35
3	21	5	35
21	35	3	5
21	3	35	5

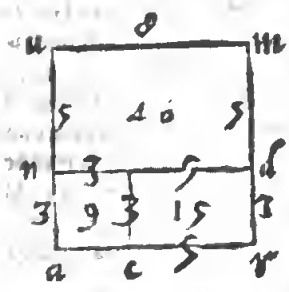
Et conuerſamente quando ſi dirà, Di 4. quantità il quadrato della maggiore cauatone il dutto d'eſſa nella differenza, che è da lei alla minore è eguale al dutto dell'altre due, ſapremo che queſte 4. quantità ſi poſſono accommodare per ordine in maniera, anai in 8. modi diuerſi, talmentre che elle ſaranno proportionali, cioè che dalla prima alla 2. farà come dalla terza alla quarta.

Di più à queſta ſimilitudine, perche nell'antecedente primo diſcorſo da principio ſi moſtrò, che di 3. quantità continue proportionali il quadrato della minore giunto al dutto d'eſſa nella differenza, che è da lei alla maggiore è ſempre eguale al quadrato della media; Trasferēdo noi queſta proprietà nelle 4. proportionali potremo dire. Di 4. quantità proportionali il quadrato

della

della minore giontoli il dutto d'eſſa nella differenza, che è da lei alla maggiore, è ſempre eguale al dutto dell'altre due. Et conuerſamente quando ſi dirà. Di 4. quantità il quadrato della minore giontoli il dutto d'eſſa nella differenza, che è da lei alla maggiore, è eguale al dutto dell'altre due, ſapremo che queſte 4. quantità ſi poſſono ordinare in 8. modi, talmente, che ſaranno proportionali, cioè che dalla prima alla ſeconda ſarà come dalla terza alla quarta.

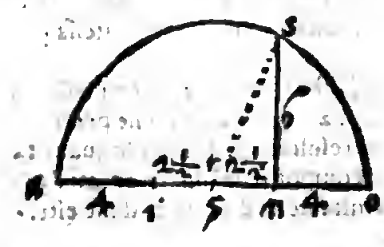
Ancora vediamo hora conferendo inſieme le due proprietà delle 3. quantità continue proportionali, che di due quantità propoſte tanto reſulta à giungere al quadrato della minore il dutto d'eſſa nella differenza, che è da lei alla maggiore, quanto reſultarà à cauare dal quadrato della maggiore il dutto d'eſſa nella differenza, che è da lei alla minore. Poiche, & l'vno, & l'altro di queſti dui reſultanti è ſempre eguale al quadrato della quãtità, che fuſſe media fra le due quantità propoſte, ò vogliamo dire, poiche ciaſcuno di detti dui reſultanti è ſempre eguale al dutto d'eſſe due quãtità propoſte fra loro, Come anco ſi conoſce benisſimo nella figura del margine, doue nel quadrato di a r, diuiſo nel quadrato di a c, & ne i dui rettangoli di a c, in c r, & di a r, in c r, (cioè & di n d, in d m,) tanto reſulta à giungere l'vn rettangolo c d 15. che è il dutto di a c, minore di due rette date a c 3. & a r 8. in c r 5. differenza loro, al quadrato d'eſſa a c, & ne reſulta la ſuperficie a d; Quanto reſulta dal quadrato grãde a m, che è il quadrato della maggiore a r 8. cauarne il dutto della iſteſſa maggiore a r, (ouero a m, nella differẽza, che è da eſſa a r, maggiore alla a e, minore, qual differenza è la c r, ouero la d m, & il dutto detto è la ſuperficie m n, che cauato dal total quadrato a m, reſta pure la ſuperficie a d, che è la ſomma detta del quadrato di a c, con il rettangolo c d.



O in numeri.

8. via 8. ſi compone da 5. via 8. & 3. via 8. Ma il 3. via 8. ſi compone da 3. via 3. & da 3. via 5. Adunque quello, che reſta à cauare dal quadrato d'8. il dutto d'eſſo 8. nel 5. differenza da eſſo 8. a 3. è quanto il quadrato di 3. giõtoli il dutto del medeſmo 3. nella differẽza 5. ch è dal 3. ad 8.

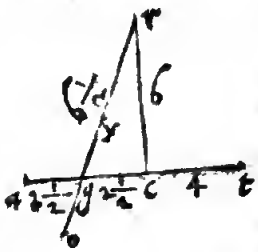
Hora dicendoſi di tre quantità, ò di tre rette continue proportionali a n, n s, n o, la media n s, è 6. & la differenza di n o, minore ad a n, maggiore è 5. ſi domanda la n a, maggiore. Se poneremo ella eſſere 1 *r*. la minore ſarà 1 *r* m̃ 5. & il loro dutto 1 *r* m̃ 5 *r*. ſarà eguale a 36. quadrato della media, onde per leuare il m̃, giunto 5 *r*. a ciaſcuna banda, haueremo 1 *r*. eguale a 5 *r* p̃ 36. Ouero eſſendoſi moſtrato, che il quadrato della maggiore cauatone il dutto d'eſſa maggiore nella differenza, che è da eſſa alla minore è eguale al quadrato della media, ſapremo pure, che da 1 *r*. quadrato della maggiore cauatone 5 *r*. dutto della maggiore 1 *r*. nel 5. differẽza data, il reſtante 1 *r* m̃ 5 *r*. è eguale a 36. quadrato della media. Et perciò 1 *r*. è eguale a 5 *r* p̃ 36. che è quanto à dire il quadrato della media con il dutto della maggiore nella differenza d'eſſa alla minore eſſere eguale al quadrato della maggiore. Ouero eſſendoſi moſtrato nella antecedente Conſideratione, che il quadrato della minore giontoli il dutto d'eſſa minore nella differenza, che è da lei alla maggiore fà quãto il quadrato della media, ſapremo, che 1 *r* m̃ 10 *r* p̃ 25. (quadrato della minore) con 5 *r* m̃ 25. cioè in tutto 1 *r* m̃ 5 *r*. ſarà eguale a 36. (quadrato della media) & perciò come prima haueremo 1 *r*. eguale a 5 *r* p̃ 36. Hora in queſta Equatione ignota, per venire in cognitione del valore della *r*. & del modo di trouarlo, conſideraremo, che il compoſto di o n, minore, & di n a, maggiore forma il diametro a o, il centro del quale è in mezo ad eſſo compoſto; & fatta a i, parte ſiniſtra del diametro, & della maggiore eguale ad o n, minore, la reſtante i n, della maggiore ſarà la differenza d'eſſa alla minore, perilche ſarà il 5 differenza data, & nel mezo d'eſſa differenza, cioè dal commune termine n, delle due eſtreme verſo il punto i, ſarà il centro r, del cerchio, onde r n, ſarà 2 ½. & perche il ſuo quadrato 6 ¼. gionto al quadrato di n s 6. media data, qual quadrato è 36. che fanno in ſomma 42 ¼. deue eſſere eguale al quadrato di r s, (oppoſta, ò ſubtenſa all'angolo retto r n s,) & però eguale al quadrato di r o, ouero di r a, ſemidiametro, ſapremo, che la B. di queſto 42 ¼. cioè 6 ½. deue eſſere il ſemidiametro r a, ma perche la maggiore poſta 1 *r*. ſupera queſto ſemidiametro a r, nella r n 2 ½. mità di 5. differenza delle due eſtreme, vediamo, che a queſto 6 ½ B.



ſto $6\frac{1}{2}$ B$\frac{1}{2}$, del compoſto del quadrato di 6 n s, & di $2\frac{1}{2}$ n r, giunto eſſo $2\frac{1}{2}$ o r, la ſomma 9. ſarà la totale n a, maggiore poſte 1 r, cioè, che 9. ſarà il valore della r. Et così veniamo à conoſcere, che quando haueremo 1 r eguale a r. & numero (come hora, che ſi haueua 1 r eguale a 3 p̃ 36.) Giongendoſi il quadrato della mità del numero delle r. al numero, & della ſomma pigliando la B$\frac{1}{2}$, & ad eſſa B$\frac{1}{2}$, giongendo la mità del numero delle r. la ſomma ſarà il valore della r. Onde ſino ad hora habbiamo regola al Capitolo, ò Equatione d'1 r. & r. eguale a numero, & all'Equatione d'1 r. eguale a r. & numero.

Et tornando al principio. Dicendoſi. Data la media di 3. quantità continue proportionali, & la differenza delle due eſtreme ſi vuol trouare ciaſcuna d'eſſe. Che in numeri eſſendo la media 6. & la differenza delle due eſtreme 5. conuerrà trouare due quantità differenti in 5. che il dutto loro ſia 36. quadrato della media 6. Onde poſta la minore 1 r. la maggiore ſarà 1 r p̃ 5. & il dutto loro 1 r p̃ 5 r. ſarà eguale a 36. (la medeſma Equatione ſi trouaria, ſe conſiderando, che di 3. quantità continue proportionali il dutto della minore nella differenza d'eſſa alla maggiore giongeſi il quadrato di detta minore è eguale al quadrato della media, ſapēdo noi la differenza della minore alla maggiore eſſere 5. (& la media 6.) poſta la minore 1 r. ella ſi moltiplicaſſe nel 5. differenza d'eſſa alla maggiore, che fà 5 r. & à queſto ſi giongeſſe 1 r. quadrato della minore, che faria 1 r p̃ 5 r. & queſta ſomma ſaria eguale à 36. quadrato di 6. media data) che però in queſta Equatione a 36. gionto $6\frac{1}{2}$. quadrato di $2\frac{1}{2}$. mità del 5. numero delle r. che fà $42\frac{1}{4}$. & della ſua B$\frac{1}{2}$. che è $6\frac{1}{2}$. cauato il $2\frac{1}{2}$. mità del 5. reſta 4. per valore della r. & è la minor parte; Noi vediamo la Regola da trouare eſſe due quantità eſtreme potere eſſere queſta, Al quadrato della media giungaſi il quadrato della mità della differenza data delle due eſtreme, & dalla B$\frac{1}{2}$. del compoſto ſi caui la mità della differenza delle due eſtreme, che il reſtante ſarà la minore delle due eſtreme.

Et in linee ſi potrà dire à queſta ſimilitudine. Data la media di 3. rette continue proportionali, & la differenza delle due eſtreme per trouare ciaſcuna d'eſſe. In vna delle eſtremità di a c, differenza data poniamo in c, ſi tiri ad angolo retto con eſſa la media data c r, & dalla ſommità r, al mezo in g, della differenza data ſi tiri la retta r g, & ſi allunghi la g c, verſo c, in t, ſinche g t, ſia eguale alla g r, che allhora la c t, ſarà la minore, & tutta la t a, la maggiore delle due eſtreme.



Queſto anco è quanto ſe dicesſimo. D'vn paralellogrāmo rettangolo eguale al quadrato di c r, (ò eguale ad vn rettilineo R, qual poi conuerria ridurre a quadrato per hauer noto il ſuo lato c r,) la differenza della lunghezza, & larghezza è la a c, ſi domandano eſſe lunghezza, & larghezza, che ſariano a t. & c t.

Et ponendo la quantità maggiore eſſere 1 r. & la minore 1 r m̃ 5. il dutto loro 1 a m̃ 5 r. ſaria eguale a 36. cioè 1 r. eguale a 5 r p̃ 36.

Onde in queſta Equatione al quadrato di $2\frac{1}{2}$. (mità di 5. numero delle r.) che è $6\frac{1}{4}$. giunto 36. (numero della Equatione) & fà $42\frac{1}{4}$. che hà B$\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{2}$. a queſto $6\frac{1}{2}$. giunto il $2\frac{1}{2}$. (mità del numero delle r.) fà 9. che è il valore della r. & però è la quantità maggiore, ſi che la regola è. Alla B$\frac{1}{2}$. della ſomma del quadrato della media, & del quadrato della mità della differenza delle eſtreme giunta la mità della differenza delle eſtreme ſe ne forma la maggiore. Et in linee, Alla r g. giunto in lungo la g c, la ſomma r o, è la maggiore; Perilche da eſſa g r, ſegata la iſteſſa g c, il reſtante x r, ſarà la minore.

Et ponēdoſi la maggiore eſſere 1 r p̃ $3\frac{1}{2}$. Et la minore 1 r m̃ $2\frac{1}{2}$. che il prodotto loro 1 r m̃ $6\frac{1}{4}$. ſarà eguale a 36. Onde giunto $6\frac{1}{4}$. a ciaſcuna banda ſi haueràl 1 r. eguale a $42\frac{1}{4}$. che perciò la r. valerà la B$\frac{1}{2}$. di $42\frac{1}{4}$. cioè $6\frac{1}{2}$. al quale gionto, & cauato $2\frac{1}{2}$. ne reſultarà 9. & 4. per le quantità poſte 1 r p̃ $2\frac{1}{2}$. & 1 r m̃ $2\frac{1}{2}$. Vediamo pure, che alla B$\frac{1}{2}$. del compoſto de' dui quadrati di 3. media, & di $2\frac{1}{2}$. mità della differenza delle eſtreme giunta eſſa mità della differenza delle eſtreme, ne reſulta la maggiore, & cauatala ne reſulta la minore.

Ancora conſiderando, che per eſſere le tre rette a n 9. n s 6. & s n 4. continue proportionali ne ſegue, che il dutto delle eſtreme 4. & 9. è eguale al quadrato della media 6. Et vedendo, che il dutto di tutta la a o 13. (compoſta dalle due eſtreme) nella minore n o 4. è quanto il dutto della iſteſſa n 9. nelle due parti a n. n o. d'eſſa totale a n, cioè è quanto il dutto di n 9. in a n. & di n o. in n o. iſteſſa (che è il quadrato di n o.) perche di queſti dui dutti il primo di n 9. in a n. (che ſono le due rette eſtreme delle tre continue proportionali) è eguale al quadrato di n s 6.

media,

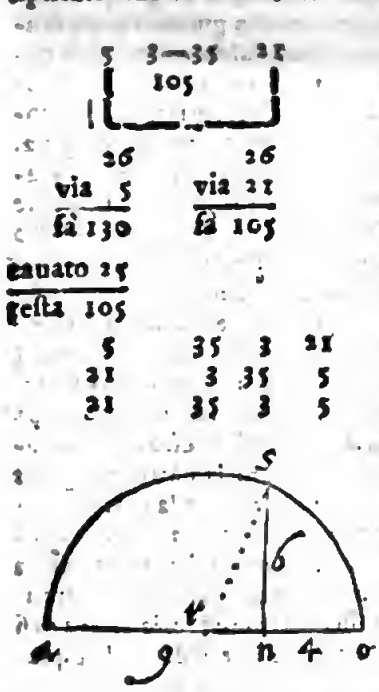
media, ò ſeconda, vediamo che ſe à queſto quadrato della ſeconda giongeremo il quadrato di n o, terza, la ſomma ſarà eguale al dutto di queſta n o, terza nel compoſto della prima, & terza; Onde ſi può dire, che il dutto della terza nel compoſto della prima, & terza, cauatone il quadrato d'eſſa terza è eguale al quadrato della media.

Et perche potresſimo, riuoltando le tre quantità continue proportionali 9. 6. 4. fingere, che fuſſero 4. 6. 9. cioè, che delle due eſtreme la minore 4. fuſſe la prima, & la maggiore 9. fuſſe la terza, pure auuerrà, che il dutto della terza 9. nel compoſto 13. della prima, & terza, & fà 117. cauatone il quadrato 81. d'eſſa 9. terza, & reſta 36. ſarà eguale al qnadrato della ſeconda 6. Ouero ſenza mouere l'ordine primiero delle 3. quantità, dicendo che ſono 9. prima, 6. ſeconda, & 4. terza, perche pure vediamo, che il dutto di a n 9. prima in a o, compoſto della prima, & terza, è eguale alli dui dutti della iſteſſa a n 9. nelle due parti della totale a o, cioè al dutto di a n, in a n, Et di a n, in n o, Perche di queſti dui dutti, quello di a n, in n o, (prima, & terza delle 3. rette continue proportionali) è eguale al qnadrato di n s 6. media, ò ſeconda, vediamo, che ſe à queſto quadrato della ſeconda giongeremo il dutto di a n, in à n, cioè il quadrato di a n, prima, che la ſomma ſarà eguale al dutto di queſta a n, prima nel compoſto della prima, & terza. Onde ſi può dire, che il dutto della prima nel compoſto della prima, & terza, cauatone il quadrato d'eſſa prima è eguale al quadrato della media.

Onde conuerſamente quando ſi dirà, Il dutto di a n, in a o, cauatone il quadrato di a n, ò vogliamo dire, Il dutto di a n, in n o, manco il quadrato di a n, è eguale al quadrato di n s, ò dicendoſi, Di tre rette, ò quantità il dutto della prima nella ſeconda, cauatone il quadrato della prima è eguale al quadrato della terza, ſi conoſcerà, che in queſte tre quantità, ò rette ſi vengono à inchiudere tre quantità continue proportionali, delle quali vna delle eſtreme è quella, che è chiamata prima, media è quella, che è chiamata terza, & l'altra eſtrema è quella, che reſta à cauare la chiamata prima dalla chiamata ſeconda. Che dicendoſi, Il dutto di 7. in 182. (che è 1274.) cauatone il quadrato di 7. (che è 49. & reſta 1225.) è eguale al quadrato di 35. (che è 1225.) conuerrà, che il 7. ſia la prima, ò terza di tre quantità continue proportionali, il 35. ſia la ſeconda, & la differenza di 7. à 182. cioè 175. ſia l'altra eſtrema, cioè la terza, ò la prima.

Et applicando queſto à 4. quantità, ſi può dire, Di 4. quantità proportionali il dutto d'vna delle eſtreme via la ſomma delle due eſtreme, cauatone il quadrato di detta vna delle eſtreme, è eguale al dutto delle due medie.

Onde conuerſamente quando ſi dirà, Di 4. quantità il dutto del cõpoſto di dne di loro moltiplicato via l'vna d'eſſe, cauatone il qnadrato d'eſſa vna d'eſſe, è eguale al dutto dell'altre due, conoſceremo, che queſte 4. qnantità ſono proportionali, & che eſſa vna d'eſſe è vna delle eſtreme ò prima, ò quarta, quale cauata dal compoſto delle due di loro, reſtarà l'altra eſtrema, Et che l'altre due ſono la ſeconda, & terza, ò la terza, & ſeconda. Hora dicendoſi, Di 3. quantità continue proportionali a n, n s, n o, la media n s, è 6. & la ſomma delle due eſtreme a n, n o, è 13. ſi domãda ciaſcuna d'eſſe dne eſtreme: Se noi poneremo vna d'eſſe eſſere 1 ꝛ. l'altra ſarà il reſtãte fino a 13. ſomma loro, cioè ſarà 13 m̃ 1 ꝛ. Et perche di tre quãtità continue proportionali il dutto delle due eſtreme è eguale al quadrato della media, ſapremo che 13 ꝛ m̃ 1 ꝛ. (dutto di 1 ꝛ. via 13 m̃ 1 ꝛ. poſte eſſere le due eſtreme) è eguale a 36. (quadrato della 6. media) cioè (aggiunto 1 ꝛ à ciaſcuna parte per leuare il m̃, dalla Equatione) che 13 ꝛ. ſono eguali ad 1 ꝛ p̃ 36. Ouero ſapendo noi per la prima Conſideratione, che di tre quantità continue proportionali, auuiene, che il quadrato della minore, giontoli il dutto d'eſſa minore nella differenza, che è da lei alla maggiore, fà quanto il quadrato della media, ſe noi hauendo poſto le due eſtreme eſſere 1 ꝛ. & 13 m̃ 1 ꝛ. pigliaremo per minore la 1 ꝛ. (che à noſtro beneplacito potiamo ſupponere, che la 1 ꝛ. ſia maggiore, ò minore di 13 m̃ 1 ꝛ.) il quadrato d'eſſa minore ſarà 1 ꝛ, & cauando eſſa minore 1 ꝛ. da 13 m̃ 1 ꝛ. che verrà ad eſſere la maggiore, & reſtarà 13 m̃ 2 ꝛ. queſto ſarà la differenza, che è dalla minore alla maggiore, quale moltiplicata via la minore 1 ꝛ. fà 13 ꝛ m̃ 2 ꝛ. che giunto ad 1 ꝛ. quadrato della detta minore fa 13 ꝛ m̃ 1 ꝛ. il



che è eguale à 36. quadrato di 6. media. Et così haueremo pure 13 ẋ m̃ 12. eguale à 36. cioè 13 ẋ eguale ad 12 p̃ 36. Et se noi delle due estreme 1 ẋ. & 13 m̃ 1 ẋ. hauessimo supposto la minore essere la 13 m̃ 1 ẋ. essendo poi la maggiore la 1 ẋ. il quadrato di detta minore saria 169 m̃ 26 ẋ p̃ 1 ẋ. Et cauando detta minore 13 m̃ 1 ẋ. dalla maggiore 1 ẋ. restaria 2 ẋ m̃ 13. che saria la differenza, che è dalla minore alla maggiore, & questa moltiplicata via la minore 13 m̃ 1 ẋ. produce 39 ẋ. m̃ 169. m̃ 2 ẋ. quale giunto al quadrato della minore fà 13 ẋ m̃ 1 ẋ. il che è eguale à 36. quadrato di 6. media. Et così haueremo pure 13 ẋ m̃ 1 ẋ. eguale à 36. cioè 13 ẋ. eguale ad 12 p̃ 36. come di sopra.

2 ẋ m̃ 13. differenza delle due estreme.
via 13 m̃ 1 ẋ. minore.

produce 26 ẋ m̃ 169. m̃ 2 ẋ p̃ 13 ẋ.
cioè 39 ẋ m̃ 169. m̃ 2 ẋ.
169 m̃ 26 ẋ. p̃ 1 ẋ. quadrato della minore.

somma 13 ẋ m̃ 1 ẋ. eguale à 36. cioè
13 ẋ eguale ad 12 p̃ 36.

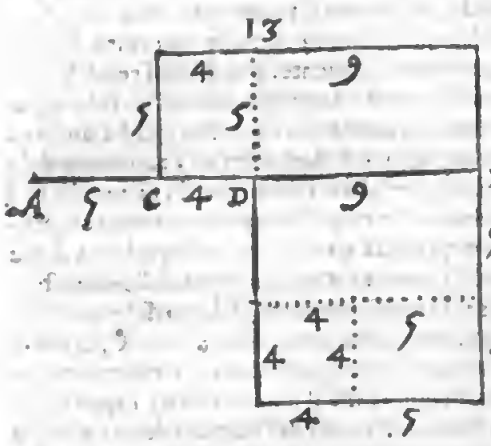
Quero sapendo noi, per la seconda Consideratione, che di 3. quantità continue proportionali auuiene sempre, che il quadrato della media con il dutto della maggiore nella differenza, che è da essa maggiore alla minore, fanno quãto il quadrato della maggiore. Se noi poste le due estreme 1 ẋ. & 13 m̃ 1 ẋ. pigliaremo per minore la 1 ẋ. che così la differenza d'essa alla maggiore 13 m̃ 1 ẋ. sarà 13 m̃ 2 ẋ. questa moltiplicata via la maggiore 13 m̃ 1 ẋ. fà 169 m̃ 39 ẋ p̃ 2 ẋ. il che giunto à 36. quadrato della media, fà in somma 205 m̃ 39 ẋ p̃ 2 ẋ. quale deue essere eguale al quadrato della maggiore 13 m̃ 1 ẋ. che è 169 m̃ 26 ẋ p̃ 1 ẋ. Onde accommodati i m̃, & leuati i superflui, ò parti eguali da ciascuna banda della Equatione, haueremo 12 p̃ 36. eguale a 13 ẋ come l'altre volte. Et supponendo, che delle due estreme 1 ẋ. & 13 m̃ 1 ẋ. la maggiore sia la ẋ. essendo la minore 13 m̃ 1 ẋ. cauata q̃sta da l'1 ẋ. restarà 2 ẋ m̃ 13. per la differẽza d'esse due estreme, questa moltiplicata via la maggiore 1 ẋ. produce 2 ẋ m̃ 13 ẋ. quale giunto à 36. quadrato della media, fà 2 ẋ m̃ 13 ẋ p̃ 36. il che deue essere eguale al quadrato della maggiore 1 ẋ. cioè ad 1 ẋ. Onde giunto 13 ẋ. à ciascuna banda, & leuatone 1 ẋ. si haurà 12 p̃ 36. eguale a 13 ẋ. come prima.

Quero, mediante questa terza Consideratione, hauendo veduto, che di 3. quãtità continue proportionali il dutto della prima (cioè d'vna delle due estreme) nel composto della prima, & terza (cioè nel composto delle due estreme) cauatone il quadrato d'essa prima, è eguale al quadrato della media, Se noi poste le due estreme 1 ẋ. & 13 m̃ 1 ẋ. pigliaremo per prima la 1 ẋ. & la moltiplicaremo via 13. composto della prima, & terza, che produce 13 ẋ. & di questo cauaremo 1 ẋ. quadrato della prima detta 1 ẋ. che restarà 13 ẋ m̃ 1 ẋ. questo sarà eguale à 36. quadrato della media; Onde accommodato il m̃. (ouero al quadrato 36. della media giunto 1 ẋ. quadrato della prima, che fà 1 ẋ p̃ 36.) haueremo 1 ẋ p̃ 36. eguale a 13 ẋ. come l'altre volte. Et se hauessimo preso 1 ẋ. per terza, & però 13 m̃ 1 ẋ. per prima delle tre quantità continue proportionali, allhora moltiplicato la prima 13 m̃ 1 ẋ. via 13. composto della prima, & terza, che produrria 169 m̃ 13 ẋ. questo saria eguale al 36. quadrato della media, giontoli 169 m̃ 26 ẋ p̃ 1 ẋ. quadrato della prima, che fanno in somma 205 m̃ 26 ẋ p̃ 1 ẋ. Onde accommodati i m̃, & leuato 169. da ciascuna banda, haueressimo 1 ẋ p̃ 36. eguale à 13 ẋ. come è auenuto in ciascuno de gl'altri modi, & positioni sopradette, Hora per venire in cognitione del valore della ẋ & del modo di trouarlo, potremo considerare, che per essere la 2 o 13 (somma delle due estreme prima, & terza) il diametro del cerchio, & però nel mezo d'essa il centro r, che il semidiametro r a, ouero r o, & però anco lo r s, sarà 6½. mità del 13. al quadrato del quale 6½. semidiametro è sempre eguale il quadrato di n s, media, & il quadrato di n r, quale n r, è la differenza, che si troua dal centro, ò mità del 13. composto delle due prima, & terza, à ciascuna d'esse prima, & terza. Onde cauando il quadrato della media, cioè 36. dal quadrato del 6½. semidiametro r s. cioè da 42¼. il restante 6¼. sarà sempre il quadrato di r n, però essa r n, sarà la R̃, di questo 6¼. cioè sarà 2½. perilche se questo 2½. si giunga al semidiametro r a 6½. ne resultarà la parte maggiore n a 9. ma se questo 2½. si cauarà dal semidiametro r o 6½. ne resultarà, ò restarà la parte minore n o 4. Dal che si vede, che dato il composto delle due estreme, & la media di 3. quãtità continue proportionali, se dal quadrato della mità d'esso composto cauaremo il quadrato della media, & la R̃, del restante si giunga, & caui alla mità del dato composto, li dui resultãti saranno le due estreme cercate. Et perche essendo il composto delle due estreme 13. & la media 6. si è peruenuto in qual si vogli delle superiori positioni ad 1 ẋ p̃ 36. eguale à 13 ẋ. nella quale Equatione il 36. numero accompagnato all'1 ẋ. è sempre il quadrato di 6. media data, Et il 13. numero delle ẋ. che sono da se, è sempre il 13. composto delle due estreme, ò vogliamo dire composto delle due quantità, che distintamente si cercano, vediamo, che per trouare quella, che si

è posta,

è posta, essere 12 r. cioè per trouare il valore della r. conuiene dal quadrato di $6\frac{1}{2}$. mità di 12. numero delle r. cauarne il 36. numero della Equatione (che come s'è detto viene ad essere il quadrato della media) & del restante, hora $6\frac{1}{2}$. pigliaroe la Rz. & essa Rz. che è hora $2\frac{1}{2}$. giouta al $6\frac{1}{2}$. mità del numero delle r. formarà vna quantità, ma cauata da detto $6\frac{1}{2}$. formarà l'altra, Onde elle saranno hora $6\frac{1}{2}$ p $2\frac{1}{2}$. & $6\frac{1}{2}$ m $2\frac{1}{2}$. cioè 9. & 4. Et perche in queste positioni noi potiamo hauer supposto, che 12 r. sia la maggiore, & anco se ci sarà piaciuto, potiamo hauer supposto, che nõ la maggiore, ma la minore sia la 12 r. & con qual si vogli di questi dui suppositi si peruien sempre all'istessa Equatione d'12 p 36. eguale a 13 r. noi vediamo perciò, che il valore della r. può essere, ò mostrare, & la parte maggiore, & la parte minore, cioè che la r. può hauere due valute, vna maggiore, & allhora essa valura mostra la parte, ò quantità maggiore del 13. & l'altra minore, & allhora essa valuta mostra la parte, ò quantità minore del 13. composto daro delle due estreme; Et così habbiamo trouato la regola dell'Equatione d'12. & numero eguale a r. essere la sopradetta, cioè. Quando 12. & numero sono eguali a r. dal quadrato della mità del numero delle r. si caoi il numero della Equatione, & la Rz. del restante si giunga, & caui alla mità del numero delle r. che ciascuno delli dui resultanti sarà il valore della r. Et anco habbiamo conosciuto la r. hauer sempre due valute, che sono li dui resultanti, che nascono à giongere, & cauare dalla mità del numero delle r. la Rz. quadra di quello, che resta à cauare il numero della Equatione, accompagnato all'12 dal quadrato della mità del numero delle r. Onde potiamo auuertire, che quando la Rz. di quello, che resta à cauare il numero della Equatione dal quadrato della mità del numero r. fusse niente; cioè, che il numero della Equatione fusse eguale al quadrato della mità del numero delle r. come auuerria se hauessimo 12 p 36 eguale a 12 r. che dal quadrato di 6. mità del 12. numero delle r. cioè da 36. cauato il 36. numero della Equatione accompagnato all'12 r. resta niente la Rz. del che è niente; allhora, perche alla mità del numero delle r. tanto resulta à giongerli, quanto à cauarne questo niente, poiche essi resultãti sono l'istessa mità del numero delle r. ne segue, che quando questo auuenga, la r. hà vn solo valore, che è la istessa mità del numero delle r. Anzi potressimo pure anco dire, che ella hà due valute, che sono i dui resultanti, giongendo, & canãdo niente a 6. & da 6. mità di 12. numero delle r. che fanno 6 p o. & 6 m o. cioè 6. & 6. ma che essi dui resultanti sono eguali; Et perche essi mostrano le due parti del 12, ò le due quantità estreme delle 3. continue proportionali; Eguali anco verranno ad essere le due parti del 12. ò le due quantità estreme, essendo ciascuna d'esse 6. che diceudosi di 3. quãtità continue proportionali la media è 6. & la somma delle due estreme è 12. O vogliamo dire (che resulta l'istesso) di 12. faccinsi due parti, il dutto delle quali sia 36. (quadrato del 6. media data) esse due parti. ò quantità estreme sariano 6. & 6. & perciò le 3. continue proportionali sariano 6. 6. 6. perilche elle sariano proportionali nella proportione di egualità. Potiamo anco auuertire, che quando auueniss, che il numero della Equatione, accompagnato all'12 r. non si potesse cauare dal quadrato della mità del numero delle r. allhora la Equatione saria impossibile, come saria per esempio, Se hauessimo 12 p 49. eguale a 12 r. che il quadrato di 6. mità di 12. numero delle r. è 36. dal quale non si può cauare 49. numero della Equatione, che è con l'12 r. Et questa Equatione potria derinare da vna domanda, che dicesse. Di 3. quantità continue proportionali il quadraro della media è 49. ò la media è 7. & la somma delle due estreme è 12. si domanda ciascuna d'esse; Onero che resulta l'istesso, dicendo, Diuidasi 12. in due parti tali, che il prodotto loro sia 49. il che è impossibile, perche vna quantità non si può mai diuidere in due parti tali, che il prodotto d'esse parti ecceda, ò sia maggiore del quadrato della mità d'essa quantità. Et lo conosceremo di qui. Se le due parti della quantità (che possono essere eguali fra loro, & ineguali) saranno eguali, allhora il dutto loro sarà quadrato, & è il quadrato di qual si vogli d'esse, cioè della mità della total quantità, di che esse sono parti eguali, Ma se esse due parti saranno ineguali, l'vna verrà ad esser manco della mità della totale in qualche cosa, & l'altra sarà più della mità della quantità totale nel medesmo qualche cosa; Hor sia per commodità la totale quantità A B 18. diuisa nelle due parti ineguali A C, minore 5. & C B, maggiore 13. che della totale A B, essendo la sua mità A D, ouero D B 9. ciascuna delle due parti ineguali A C, minore, & C B. maggiore sarà differente dalla mità della totale nella C D 4. Noi vediamo, che il dutto delle due parti eguali A D 9. D B 9. fra loro è quanto il quadrato della mità A D. cioè quanto il dutto di A D 9. nella istessa A D 9. ma diuisa essa A D, nelle due parti A C 5. C D 4. sappiamo, che al dutto di A D 9. in A D 9. è anco eguale la somma del dutto della A D, intiera 9. in ciascuna delle sue due parti A C 5. & C D 4. (che 9. via 9. si compone da 9. via 5. & da 9. via 4.) ma di questi dui dutti quello della intiera A D 9. via la parte C D 4. (che è quella parte, in che ciascuna delle due parti ineguali A C 5. &

C B 13. è differẽte dalla mitá della A B 18.) è eguale al dutto d'eſſa C D 4. nelle due parti A C 5. & C D 4. nelle quali è diuiſa eſſa A D. (che 9. via 4. ſi compone da 5. via 4. & da 4. via 4.) perilche conoſciamo, che il dutto di A D 9. in A D 9. (ò vogliamo dire di A D. in D B. cioè il quadrato della mitá della totale data A B 18.) ſi compone da queſti 3. dutti, che ſono di A D 9. via A C 5. di A C 5. via C D 4. Et di C D 4. via C D 4. Ancora quanto al dutto di A C 5. in C D 13. parti ineguali dette, conſiderata la C D 13. diuiſa nelle due parti C D 4. D B 9. vediamo, che il dutto di A C 5. in C B 13. ſi compone dal dutto di A C 5. nelle due parti della C B. cioè dal dutto di A C 5. in C D 4. Et di A C 5. in D B 9. ma perche alla D B 9. mitá della A B. totale 18. è eguale l'altra ſua mitá A D 9. noi in vece del dutto di A C 5. in D B 9. ponẽdo il dutto di A C 5. in A D 9. (poiche queſti dui dutti ſono eguali, eſſendo ciaſcuna delle due quantitá, che formano l'vno eguale á ciaſcuna delle due quantitá, che formano l'altro) potremo dire, che il dutto delle due parti ineguali A C 5. C B 13. ſi cõpone dalli dui dutti di A C 5. via A D 9. & di A C 5. in C D 4. Ma delli medeſimi dui dutti di A C 5. via A D 9. & di A C 5. via C D 4. Et anco di piú dal dutto di C D 4. in C D 4. habbiamo veduto componerſi il quadrato della mitá di A B, però vediamo, che eſſo quadrato, qual contiene i tre dutti detti, è maggiore del prodotto delle due parti ineguali della medeſima A B, che contiene ſolamente dui d'eſſi prodotti, Anzi vediamo di quanto egli è maggiore, conoſcendoſi, che egli contiene di piú il dutto di C D 4. in C D 4. cioè il quadrato di C D, qual C D, è quella quantitá, in che ciaſcuna delle due parti ineguali A C, C B, della data A B, è differente dalla mitá d'eſſa data A B; Onde ſi può dire, che Quando vna quantitá data ſia diuiſa in due parti ineguali, che allhora il prodotto delle due parti ineguali è ſempre minore del quadrato della mitá della quantitá data, & in tanto, quanto importa il quadrato della quantitá, in che ciaſcuna delle due parti ineguali è differente dalla mitá della quantitá data, ò vogliamo dire (& reſulta l'iſteſſo) quanto importa il quadrato della quantitá, in che la minore delle due ineguali è minore della mitá della totale data, ò in che la maggiore delle due ineguali è maggiore della mitá della totale data.

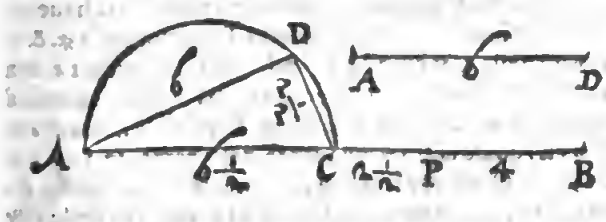


Ma di piú, perche vediamo, che dal quadrato della mitá della quãtitá totale data á cauarne il quadrato della quantitá, in che le parti ineguali ſono differenti dalla mitá della data, reſta ſempre il dutto delle parti ineguali, & conuerſamente, che cauato queſto dutto delle parti ineguali dal quadrato della mitá della data, reſta il quadrato della quantitá, in che ciaſcuna delle parti ineguali è differente dalla mitá della data. Conoſciamo, che douendoſi diuidere vna quantitá data, poniamo 16. ò ℞ 80. in due parti, il prodotto delle quali ſia 60. ò 20. cauando noi queſto 60. ò 20. da 64. ò 20. quadrato di 8. ò di ℞ 20. mitá della data 16. ò ℞ 80. che reſtará 4. ò niente, queſto 4. ò niente ſará il quadrato della quantitá, in che ciaſcuna delle due parti ineguali cercate è differente da 8. ò da ℞ 20. mitá della data; Onde la ℞. di 4. ò di niẽte, cioè 2. ò niente ſará eſſa quantitá moſtrante la differenza detta: però giongendola alla mitá della data, ſe ne formará la parte maggiore, & cauãdola dalla mitá della data, ſe ne formará la parte minore, ò vogliamo dire, però giongendola, & cauandola alla, & dalla mitá della data, li dui reſultanti ſaranno le due parti cercate, Onde hora elle ſaranno 8 p̃ 2. & 8 m̃ 2. cioè 10. Et 6. ò ℞ 20 p̃ 0, Et ℞ 20 m̃ 0, cioè ℞ 20. & ℞ 20.

Sappia lo Studente, che dicendoſi, Di 3. quantitá continue proportionali la media è 6. & la ſomma delle due eſtreme è 13. ſi domãda ciaſcuna d'eſſe, che è quanto á dire, Di 13. faccinſi due parti tali, che il dutto loro ſia 36. noi nõ ſolo potiamo ponere, che l'vna d'eſſe parti ſia 12. ò piú, ò manco d'1 ℟. ò altra dignitá Algebratica; ma potiamo ponere, che l'vna ſia la mitá del 13. & 1 ℟. di piú; Et l'altra ſia l'altra mitá del 13. manco 1 ℟. che è il reſtante fino al 13. cioè ponere l'vna eſſere $6\frac{1}{2}$ p̃ 1 ℟. Et l'altra $6\frac{1}{2}$ m̃ 1 ℟. che il ꝓdotto loro ſará $42\frac{1}{4}$ m̃ 1 ℟. & però douerá eſſere eguale á 36. Onde accommodato il m̃ 1 ℟. & leuato 36. da ciaſcuna banda, haueremo 1 ℟. eguale á $6\frac{1}{4}$. però il ℟. valerá $6\frac{1}{4}$. & la ℟. che è ℞. dell'1 ℟. valerá la ℞. del $6\frac{1}{4}$. valore del ℟. cioè valerá $2\frac{1}{2}$. onde le due parti poſte $6\frac{1}{2}$ p̃ 1 ℟. & $6\frac{1}{2}$ m̃ 1 ℟. ſaranno $6\frac{1}{2}$ p̃ $2\frac{1}{2}$. & $6\frac{1}{2}$ m̃ $2\frac{1}{2}$. cioè 9. & 4. Et cosí ſi ſaria peruenuto ad Equatione ſemplice.

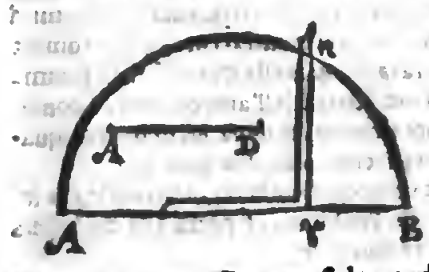
Et in

Et in linea à queſta ſimilitudine ſi può dire. Data la media di 3. rette continue proportionali, & la ſomma delle due eſtreme, ſi può trouare ciaſcuna d'eſſe. Et per farlo. Si cauarà il quadrato della media dal quadrato della mità della ſomma delle due eſtreme, & la potente nel reſtante gionta, & cauata alla mità della ſomma delle due eſtreme, moſtrarà nelli dui reſultanti le due eſtreme diſtinte. Cioè ſopra alla mita A C, della A B, ſomma delle due eſtreme, come ſopra à diametro ſi formi vn mezo cerchio, & da vn termine A, del diametro ſi accõmodi nel mezo cerchio la media data A D, & dal punto D, doue ella arriua alla circonferenza, all'altro termine C, del diametro ſi tiri la retta D C, (che queſta D C, ſarà la potente in quello, che reſta à cauare il quadrato della media A D, dal quadrato della A C, mità della A B, ſomma delle due rette eſtreme) & dal termine C, dalla C B, ſi ſeghi la C P, eguale alla C D, che allhora la A P, ſarà la maggiore delle due quantità eſtreme, & la P B, ſarà l'altra minore. Et ben ſi può conoſcere, che il dutto di P B, in P A, eſtreme è eguale al quadrato di A D, media; perche eſſendo diuiſa la A B, ſomma delle due eſtreme in due parti eguali in C, Et in due parti ineguali in P, ne ſegue (per quello, che di ſopra s'è moſtrato) che al dutto delle parti eguali, che è quanto à dire al quadrato della mità A C, ſono eguali il dutto delle parti ineguali P B, P A, & il quadrato di C P, differẽza che è dalla mità della A B, à ciaſcuna delle parti ineguali, cioè il dutto di P B, in P A, con il quadrato di C B, & però in ſua vece con il quadrato di C D, (ad eſſo quadrato di C P, eguale) ſono eguali al quadrato di A C, ma al medeſmo quadrato di A C, ſono eguali i dui quadrati di A D, & di C D, che nel mezo cerchio formano l'angolo retto D, però queſti dui quadrati di A D, D C, ſono ancora eguali al dutto di P B, in P A, & al quadrato di C D, Onde da ciaſcuna banda leuato commũemente il quadrato di C D, reſtarà il ſolo quadrato di A D, eguale al dutto di P B, in P A; perilche la A D, è media proportionale fra A P, & P B, come ſi ricerca.



Si vede queſto Problema, ò queſta operatione ſeruire ſimilmente à dinidere vna data retta A B, in due parti tali, che il prodotto loro, ò vogliamo dire, che il quadrangolo rettangolo da loro formato ſia eguale ad vn rettilineo propoſto, ma conuiene, che eſſo rettilineo non ecceda il quadrato della mità della data retta A B, perche quando lo eccedeſſe, allhora la potente in eſſo rettilineo, cioè il lato del quadrato eguale ad eſſo rettilineo, ò al quale ſi riduceſſe (come conuiene ridurlo) eſſo rettilineo, & è quì figurato, ò moſtrato per la A D, verria ad eſſere maggiore della A C, diametro, & perciò non ſi potria accõmodare in eſſo ſemicircolo, onde il queſito verria ad eſſere impoſſibile.

Ma in pratica eſſendo A B, la ſomma delle due eſtreme di tre continue proportionali, ò la ſomma della lunghezza, & larghezza d'vn rettangolo eguale al quadrato di A D, cioè eſſendo A D, la media, per trouare diſtintamente eſſe due eſtreme, ò lunghezza, & larghezza da ſe, ſopra à tutta la A B, faccaſi vn mezo cerchio, & preſo vno ſquadro, ò carta piegata ad angolo retto, in vno de' brazzi dell'angolo, cominciãdo dall'angolo r, ſi ſegni la r n, eguale alla A D, & con l'altro brazzo ſi vada sù per il diametro, finche il punto n, arriui preciſe alla circonferenza, che allhora il luogo del punto r, angolare ſarà il punto della diuiſione della A D, perche n r, & però A D, ſarà media proportionale fra A r, & r D, come ſi domanda, il che ſi conoſce benisſimo, imaginando le due rette A n, & B n, che nel mezo cerchio formano l'angolo A n B, retto, dal quale cade la n r, perpendicolare alla baſe A D, del triangolo rettangolo A n B, & perciò è media proportionale fra eſſe due parti A r, r B, della baſe.



ALTRE CONSIDERATIONI

Problema primo Algebratico.

DATA la prima di tre quantità continue proportionali, & la somma de' dui quadrati della seconda, & terza, si vogliono trouare esse seconda, & terza.

Sia la prima 9. & la somma de' quadrati della seconda, & terza sia 52. per trouare esse seconda, & terza. Poniamo la seconda essere 1 *r.* il suo quadrato è 1 ☐. quale partito per la prima 9. ne viene $\frac{1}{9}$ ☐. & questo douerà essere la terza. Il quadrato di questa terza è $\frac{1}{81}$ ▭. & il quadrato della seconda è 1 ☐. che gionti insieme fanno $\frac{1}{81}$ ▭ p̃ 1 ☐. ma la somma d'essi dui quadrati è 52. però $\frac{1}{81}$ ▭ p̃ 1 ☐. è eguale à 52. che ridutto ad 1 ▭. moltiplicando ciascuna parte per 81. haueremo 1 ▭ p̃ 81 ☐. eguale à 4212. Et hora se sapessimo la regola di questa Equatione d'1 ▭. & ☐. eguale à numero, potressimo trouare il valore della *r.* & però la seconda quantità posta 1 *r.* ma non la sapendo, tentaremo altro modo. Sia perciò, che non la seconda, ma la terza quantità si pona essere 1 *r.* che così il dutto d'essa terza 1 *r.* nella prima 9. farà 9 *r.* & questo è il quadrato della seconda (però essa seconda sarà ℞ 9 *r.*) quale con 1 ☐. quadrato della terza, fà 1 ☐ p̃ 9 *r.* ma deue essere 52. però 1 ☐ p̃ 9 *r.* è eguale à 52. Onde per trouare il valore della *r.* in questa Equatione nota, giongeremo il numero 52. al $20\frac{1}{4}$. quadrato di $4\frac{1}{2}$. mità di 9. numero delle *r.* & farà $72\frac{1}{4}$. la ℞. del quale è $8\frac{1}{2}$. dal che cauato $4\frac{1}{2}$. mità di 9. numero delle *r.* resta 4. per valore della *r.* & questo 4. è la terza quantità posta 1 *r.* Onde moltiplicata con 9. prima, che fà 36. & di questo preso la ℞. che è 6. questo 6. sarà la seconda.

Perche adunque il 9. numero delle *r.* è sempre il 9. prima quantità data. Et il 52. numero della Equatione è sempre la somma de' quadrati della seconda, & terza, vediamo, che la regola numerale in questi quesiti potrà esser tale.

Al quadrato della mità della prima data si giunga la somma de' quadrati dell'altre due, & dalla ℞. della somma si caui la mità della prima, che il restante sarà la terza, il quadrato della quale cauato dalla somma de' quadrati della seconda, & terza, restarà il quadrato della seconda, però la ℞. d'esso restante sarà la seconda. Ouero questa terza si moltiplichi via la prima, & del prodotto si pigli la ℞. che ella sarà la seconda.

(Di qui si auuertisce, che poste 3 q.proportionali rationali, il quadrato della prima, il quadrato della seconda, & il quadrato della mità della terza, ò vogliamo dire il quadrato d'vna delle estreme A A, con il quadrato della media, & il quadrato della mità dell'altra estrema B B, gionti insieme formano, ò compongono vn numero quadrato, la ℞. del quale è quanto la somma dell'A. prima, & della mità della B. però douendo trouare tre numeri quadrati, che gionti insieme faccino per somma numero quadrato, noi potremo, postine dui à beneplacito alle ℞. loro, trouare vn'antecedente, ò consequente continuo proportionale, che il quadrato della mità d'esso con i dui quadrati presi, farà somma quadrata, la ℞. della quale sarà la somma della mità detta dell'antecedente, ò consequente trouato, & della ℞. dell'altro quadrato estremo delle due presi.)

A		B	A		B
2	5	$12\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$	5	2
4	25	$39\frac{1}{16}$	$156\frac{1}{4}$	25	1
somma $68\frac{1}{16}$. la sua ℞.			somma $182\frac{1}{4}$. la sua ℞.		
è $8\frac{1}{4}$. cioè $6\frac{1}{4}$. & 2.			è $13\frac{1}{2}$. cioè 1. & $12\frac{1}{2}$.		

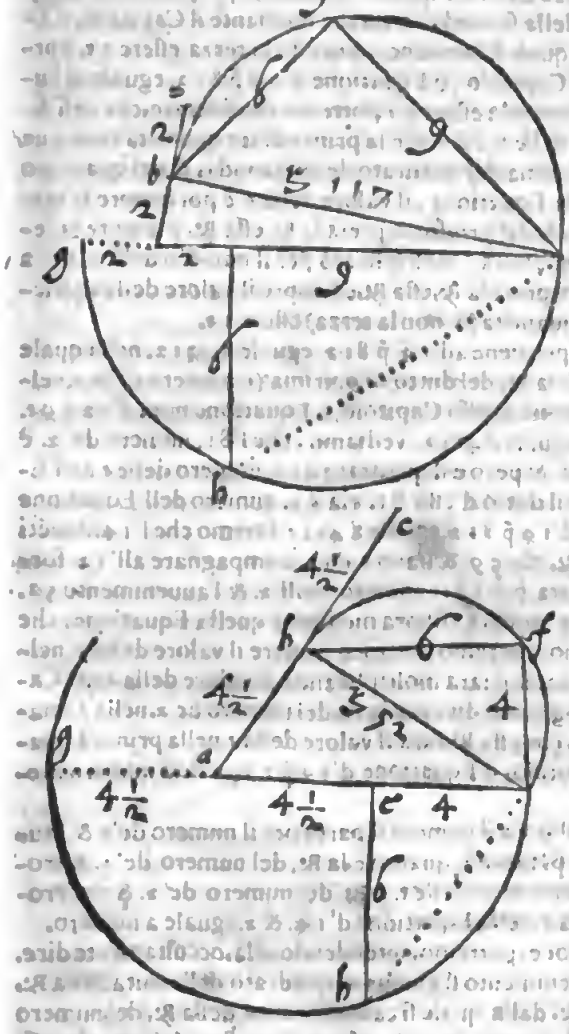
Et volendo dare la regola lineale per solvere esso Problema, si potrà alla medesima similitudine dire.

Data la prima di tre linee rette continue proportionali, & la somma de' quadrati della seconda, & terza, ò la potente in essa somma, si può trouare dette seconda, & terza. Regola.

Alla mità della prima data si accompagni ad angolo retto la potente nella somma de' quadrati dell'altre due, & dalla subtensa à quest'angolo retto si caui la mità della prima data, che il restante sarà la terza quantità. Poi sopra al congionto della prima, & terza formato vn mezo cerchio, & à detto congionto dal termine commune della congiuntione se gli eleui vna perpendicolare, finche peruenga alla circonferenza, che essa perpendicolare sarà la seconda cercata. Ouero sopra alla potente ne' dui quadrati della seconda, & terza si formi vn mezo cerchio, & dall'vn termine del diametro in esso mezo cerchio si accommodi la terza trouata, & da dove ella arriua alla circonferenza all'altro termine del diametro si tiri vna retta, che ella farà la seconda cercata.

Dimo-

Dimostratione. Ma ecco la particolare dimostratione Geometrica, che per breuità si dà sopra all'operatione esemplare posta in margine; La retta g e, è la prima data, & perche g d, è diametro del mezo cerchio, & la e h, perpendicolare ad esso è media fra le sue due parti g e, e d, si vede, che le tre rette g e, e h, e d, sono continue proportionali, resta hora à vedere, che la potente nel composto de' dui quadrati della seconda, e h, & terza e d, cioè, che la imaginata h d, sia eguale alla d b, data, potente nella somma de' quadrati della seconda, & terza, il che si conosce cosi.



Il quadrato di h e, è eguale al dutto di g e, in e d, & però al dutto di a e, mità di g e, & e d, due volte, onde à ciascuna bãda giunto il quadrato di e d, & il quadrato di e a, haueremo il quadrato di h e, il quadrato di d e, & il quadrato di e a, eguali al dutto di a e, in e d, due volte, & alli dui quadrati di d e, & e a. Ma delli tre quadrati da vna banda, li dui di h e, & e d, sono eguali al solo quadrato di h d, & dall'altra banda il dutto di a e, in e d, due volte con li dui quadrati di d e, & di e a, sono eguali al solo quadrato di a d, Onde li dui quadrati di d h, & a e, ma diciamo, & di a b, (perche a b, è eguale ad a e,) sono eguali al quadrato di a d, ma al medesmo quadrato di a d, sono anco eguali li dui quadrati di d b, & a b, onde li dui quadrati di h d, & a b, sono eguali alli dui quadrati di d b, & a b, perilche da ciascuna banda leuato il commune quadrato di a b, restarà il solo quadrato di d h, eguale al solo quadrato di d b, & però la retta h d, sarà eguale alla retta d b, cioè la h d, potente nelli dui quadrati di h e, seconda, & e d, terza delle tre rette continue proportionali e g, e h, e d, è eguale alla d b, potẽte data come si ricerca.

Et che anco operãdo nell'altro modo per trouare la b f, ella sia la secõda cercata, si conosce facilmente, perche hauendo già conosciuto la d e, essere la terza, & però la d f, à questa d e, fatta eguale, Et anco la d b, essere eguale alla d h, considerati li dui triangoli rettangoli h e d, dalla constructione, & b f d, per esser formato nel mezo cerchio, essendo vn lato d e, dell'vno eguale ad vn lato d f, dell'altro, & la subtensa d h, dell'vno eguale alla subtensa d b, dell'altro, ancora al restante lato e h, dell'vno sarà eguale il restãte lato f b, dell'altro, però cosi come e h, è media proportionale fra a e, & e d, cosi anco vi sarà media la f b.

a e, prima 4. b d 5 1/2, potẽte nei quadrati della secõda, & terza, Si troua d e, terza 9; & f b, ouero e h, seconda 6.

a e prima 5. b d 5 1/2, potente ne i quadrati della seconda, & terza. Si troua d e, terza 4. & f b, ouero e h, seconda 6.

Corollario.

DAlle cose dette si manifesta, che di tre quãtità continue proportionali, il composto della prima, & terza, la potente nelli dui quadrati della seconda, & terza, & la terza sono altre tre quantità continue proportionali. Cioè, che la potente nelli dui quadrati della seconda,

& terza, di tre quantità continue proportionali è media proportionale fra la terza, & la ſomma della prima, & terza.

Perche eſſendo g e, e h, è d, tre quãtità continue proportionali, & la d h, la potente nella ſomma de' dui quadrati di e h, ſeconda, & e d, terza, vediamo eſſa d h, eſſere media fra la totale g d, (compoſto della prima, & terza) & la parte è d, che è la terza (che conſiderato il triãgolo d h g, rettangolo, per eſſer fatto l'angolo h, nel mezo cerchio, dal quale angolo retto h, al lato oppoſto, ò diametro g d, cade la h e, perpendicolare, ella viene à dinidere il total triangolo d h e, in dui triangoli ſimili fra loro, & al totale, però ciaſcun lato h d, h g, è medio proportionale fra la baſe totale d g, & la parte à ſe conterminale d e, g e.)

Se hora hauendo trouate la ſeconda, & terza delle tre quantità continue proportionali, eſſendo data la prima, & la ſomma de' quadrati della ſeconda, & terza, mediante il Capitolo, ò Equatione d' 1 2 p̃ 9 r. eguale al numero 52. al quale ſi peruiene, ponendo la terza eſſere 1 r. vorremo anco andare ritrouando la regola del Capitolo, ò Equatione d' 1 ✱ p̃ 81 2. eguale al numero 4212. al quale ſi peruiene ponendo la ſeconda eſſere 1 r. potremo conſiderare, che nell'Equatione d' 1 2 p̃ 9 r. eguale à 52. il 9. numero delle r. è ſempre la prima di tre quantità continue proportionali, & il numero 52. è ſempre la ſomma del quadrato della ſeconda, & del quadrato della terza d'eſſe tre quantità, & eſequendo la Equatione, il valore della r. è poi ſempre la terza quantità, quale moltiplicata via la prima, & del prodotto preſa la 9z. eſſa 9z. è ſempre la ſeconda; Cioè, Qual valore della r. (ò terza quantità) moltiplicato per il numero delle r. della Equatione (ò prima quantità) & del prodotto preſa la 9z. eſſa 9z. è ſempre il valore della r. (ò ſeconda quantità) quando ſi pona la ſeconda quantità (& non la terza) eſſere 1 r.

Ma quando ſi pone la ſeconda eſſere 1 r. ſi peruiene ad 1 ✱ p̃ 81 2. eguale à 4212. nella quale Equatione è neceſſario dunque, che la r. vagli la 9z. del dutto di 9. prima (ò numero delle r. nella Equatione nota) nel valore della r. che ſi troua in eſſo Capitolo, ò Equatione nota d' 1 2 p̃ 9 r. eguale à 52. Et nell'Equatione d' 1 ✱ p̃ 81 2. eguale à 4212. vediamo, che l'81. numero de 2. è ſempre il quadrato di 9. prima quantità data. & però è il quadrato di 9. numero delle r. nell'Equatione nota; Et il 4212. numero è ſempre il dutto d'eſſo 81. via 52. numero dell'Equatione nota: onde vediamo, che ſe nell Equatione d' 1 ✱ p̃ 81 2. eguale à 4212. faremo che l' 1 ✱. douẽti 1 2. & che dell'81. numero delli 2. ſi pigli la 9z. che è 9. & ſiano r. da accompagnare all' 1 2. formando 1 2 p̃ 9 r. & che il numero 4212. ſi parta per l'81. numero delli 2. & l'auuenimento 52. ſia pur numero, al quale ſi agguagli l' 1 2 p̃ 9 r. trouate allhora mediante queſta Equatione, che hà regola nota per trouare il valore della r. noi potremo poi anco trouare il valore della t. nella prima Equatione d' 1 ✱ p̃ 81 2. eguale à 4212. & ſi farà moltiplicando il valore della r. del Capitolo noto per 9. numero delle r. in eſſo, ò vogliamo dire per la 9z. del numero de' 2. nella Equatione prima, & del prodotto pigliando la 9z. che eſſa 9z. ſarà il valore della r. nella prima Equatione. Si potrà dunque dare la regola al Capitolo, ò Equatione d' 1 ✱ p̃ 2. eguale à numero mediante eſſa traſmuratione dicendo.

Quando 1 ✱. & 2. ſono eguali à numero, allhora il numero ſi parta per il numero de' 2. & l'auuenimento, che è numero ſi agguagli ad 1 2 p̃. tante r. quanto è la 9z. del numero de' 2. & trouato il valore della r. ella ſi moltiplichi per il numero delle r. ò 9z. del numero de' 2. & del prodotto ſi pigli la 9z. che ella ſarà il valore della r. nella Equatione d' 1 ✱. & 2. eguale à numero.

Et ſe non vorremo trattare di Traſmutatione, potremo, intendendouela, occultamente dire. Partaſi il numero per il numero de 2. & l'auuenimento ſi giunga al quadrato della mità della 9z. del numero de' 2. & della ſomma ſi pigli la 9z. dalla quale ſi caui eſſa mità della 9z. del numero de' 2. & il reſtante ſi moltiplichi via la 9z. del numero de' 2. & del prodotto ſi pigli la 9z. che eſſa 9z. ſarà il valore della r.

Queſta iſteſſa regola ſi può anco deriuare dalla operatione Geometrica; Et così, poiche ella operatione Geometrica hà la dimoſtratione Geometrica da ſe, noi ſenza moſtrare, che ella dependa dall'Algebra, hauendo moſtrato, & dimoſtrato eſſo Problema, ne potremo deriuare la regola dell'Equatione d' 1 ✱. &. eguale à numero. Et così parerà, che queſta regola deriui dalla ſimplice Geometria, il che tutto ſi dice per fare accorto lo Studente.

Di tre quantità continue proportionali eſſendo la prima 9. & la ſomma de' quadrati della ſeconda, & terza 52. ſi domanda ciaſcuna d'eſſe. Ponendo la ſeconda eſſere 1 r. ſi peruerrà all'Equatione d 1 ✱ p̃ 81 2. eguale à 4212. nella quale 81. numero de' 2. è il quadrato di 9. prima data, & il numero 4212. è il dutto di 81. via 52. ſomma de' dui quadrati detti. Noi dunque, perche nella operatione Geometrica vediamo, che la retta a b, è 4½. mità del 9 prima data, & il ſuo quadrato giunto al quadrato di 9z. 9 b d, potẽte nella ſomma de' dui quadrati detti cioè

il qua-

il quadrato di $4\frac{1}{2}$. giunto al 52. fà il quadrato di a d, & che perciò a d, è la potente in essi quadrati, cioè, che essa a d $8\frac{1}{2}$. è la Rz. della somma delli dui quadrati detti, & del quadrato della mità della prima data, dalla quale a d $8\frac{1}{2}$. cauando essa mità della prima, resta la terza e a, & che al dutto d'essa terza nella prima è eguale il quadrato di e h. cioè, che e h, è la Rz. del dutto d'essa terza nella prima, quale e h, è la seconda (ò vogliamo dire, Et che cauato il quadrato di essa terza d f, dal 52. la Rz. del restante è il quadrato di b f, cioè, che b f, è la Rz. di quello, che resta à cauare il quadrato della terza d f, ouero d e, dal 52. quale b f, è la seconda) & però il valore della r. nella nostra Equatione, perciò riducendo questa operatione lineale à numeri, cioè al dare la regola di trouare il valore della r. in questo Capitolo d'1 ✱. & r. eguale à numero, potremo dire. Al quadrato della mità del numero della Rz. de' r, (cioè hora al quadrato di $4\frac{1}{2}$. mità di 9 Rz. d'81. si giũga il numero (52.) che nasce à partire il numero della Equatione (4212.) per il numero de' r. (81.) & della somma ($72\frac{1}{2}$.) si pigli la Rz (che è $8\frac{1}{2}$.) & da essa si caui la mità della Rz. del numero de' r. (cioè hora il $4\frac{1}{2}$.) & il restante (hora 4.) si moltiplichi con la Rz. del numero de' r. (cioè hora con 9.) & del prodotto (36.) si pigli la Rz. (che è 6.) (Quero, Et il quadrato del (4.) restante si caui dal (52.) numero, che nasce à partire il numero dell'Equatione (4212.) per il numero de' r. (81.) & di quello (36.) che resta si pigli la Rz. (che è 6.) che questa Rz. (cioè che questo 6.) sarà il valore della r.

Corollario.

QVANDO saranno tre quantità continue proportionali, il quadrato della mità della prima con i quadrati della seconda, & terza compongono il quadrato della somma della terza, & mità della prima. Questo è chiaro, vedendo, che à b. è la mità della prima b d, e la potente nella somma de' quadrati della seconda, & terza, Et a d, il quadrato della quale è eguale alli detti, è il compósto della mità della prima, & della terza.

Esempio della regola del Capitolo d'1 ✱. & r. eguale à numero.

Sia 1 ✱ p 20 r. eguale à 140
Rz 20 7

la mità è Rz 5. il suo quadrato è 5
eon 7
fà 12

la Rz, è Rz 12. cauatone la Rz 5. resta Rz 12 m Rz 5. questo moltiplicato via la Rz 20. fà Rz 240 m 10. la Rz, del che è Rz 1 Rz 240 m 10 ℓ. che è il valore della r.

Rz 240 m 10. vale il r.
via 20

Rz 96000 m 200. sono li 20 r.
340 m Rz 96000. è l'1 ✱.

somma 140. come bisogna.

Si trasmuta in 1 r p Rz 20 r. eguale à 7
Rz 5. in se stesso

fà 5. giontoli il 7. fà 12. la sua Rz. è Rz 12. cauatone la Rz 5. resta Rz 12 m Rz 5. che è il valore della r. Il suo quadrato è 17 m Rz 240. che è valore del r. questo con Rz 240 m 10. valore di Rz 20 r. fà 7. come bisogna, però è vero, che nell'Equatione d'1 r p Rz 20 r. eguale à 7. la r. vale Rz 12 m Rz 5.

Et perche per altri discorsi si conoscerà, che la regola del Capitolo, ò Equatione d'1 ✱ p 8 r. eguale à 4212. è come se hauessimo 1 r p 81 r. eguale à 4212. ma ne resulta il valore di r. cioè quello, che si troua essere valore della r. nella Equatione inferiore viene ad essere valore del r. nella Equatione superiore, si può vedere, che questo modo di operare, & il trouato nell'altro modo resultano l'istesso.

1 ✱ p 81 r. eguale à 4212.
1 r p 9 r. eguale à 52.
$4\frac{1}{2}$. via $4\frac{1}{2}$. fà
$20\frac{1}{4}$. H.

si giunge 52

somma $72\frac{1}{4}$. la Rz. è $8\frac{1}{2}$.
si caua $4\frac{1}{2}$.
resta 4
via 9
fà 36. la Rz. è
6. per il valore della r.

1 ✱ p 81 r. eguale à 4212.
1 r p 81 r. eguale à 4212.
$40\frac{1}{2}$. via $40\frac{1}{2}$. fà
$1640\frac{1}{4}$
4212

somma $5852\frac{1}{4}$. la Rz. è $76\frac{1}{2}$
23409 si caua $40\frac{1}{2}$
resta 36. la
Rz. è 6. per il
valor della r.
153

Notisi, che il $20\frac{1}{4}$. segnato H, è sempre l'$\frac{1}{4}$. dell'81. numero de' r. perche il quadrato della mità della Rz. d'vn numero è sempre il quarto d'esso num. cioè, perche $4\frac{1}{2}$. è la mità di 9. ne segue, che il quadrato di $4\frac{1}{2}$. che è $20\frac{1}{4}$. sia l'$\frac{1}{4}$. del quadrato di 9. che è l'81. Però anco si può dare la regola dicendo: Partasi il numero dell'Equatione per il

Qui il 9. numero delle r. è la Rz. dell'81. numero delle r. nell'altra,

Et il 52. numero dell'Equatione qui è l'$\frac{8}{17}$. del 4212. numero dell'Equatione nell'altra. Onde il $4\frac{1}{2}$. farà $\frac{8}{17}$. del $40\frac{1}{2}$. & perciò il quadrato del $4\frac{1}{2}$. cioè $20\frac{1}{4}$. farà l'$\frac{8}{17}$. del quadrato di $40\frac{1}{2}$. cioè del $1640\frac{1}{4}$. perilche al $20\frac{1}{4}$. giūto 52. che è l'$\frac{8}{17}$. similmēte del 4212. che si giūge al $1604\frac{1}{4}$. la somma $72\frac{1}{4}$. farà medesimamente l'$\frac{8}{17}$. della somma $585\frac{1}{4}$. che è $76\frac{1}{2}$. Et anco, perche $4\frac{1}{2}$. che si caua dell'$8\frac{1}{2}$. è similmente l'$\frac{1}{9}$. del $40\frac{1}{2}$. che si caua dal $76\frac{1}{2}$. (poiche tutto il 9. doppio al $4\frac{1}{2}$. è l'$\frac{1}{9}$. di tutto l'81. doppio al $40\frac{1}{2}$.) però il restante 4. farà l'$\frac{1}{9}$. medesimamente del restante 36. Onde il restante 4. moltiplicandolo per 9. denominatore dell'$\frac{1}{9}$. qual 9. è il numero delle z. qui è la $\mathfrak{Bz}$. dell'81. numero delle z. nell'altra Equatione, vediamo che il prodotto 36. farà l'istesso 36. che è restante nell'altra Equatione, però la $\mathfrak{Bz}$. di questo 36. qui è l'istesso 6. che è $\mathfrak{Bz}$. del 36. li, ma, & quì, & li questo 6. è il valore della z. però conosciamo, che nell'vn modo, & nell'altro il valore della z. è sempre l'istesso, cioè tanto resulta l'operare in l'vn modo, quanto nell'altro, & questo auuiene per causa della conuenienza veduta fra essi dui modi di operare.

per il numero de' z. & all'auuenimento si giunga l'$\frac{1}{2}$. del numero de' z. e dalla $\mathfrak{Bz}$. del la somma si caui la metà della $\mathfrak{Bz}$. del numero de' z. (ò vogliamo dire si caui la $\mathfrak{Bz}$. dell'$\frac{1}{4}$. del numero de' z. che resulta l'istesso) & il restante si moltiplichi via la $\mathfrak{Bz}$. del numero de' z. & del prodotto si pigli la $\mathfrak{Bz}$. che ella sarà il valore della z.

Si habbi $1\,\text{⊘}\,\text{p}\,20\,z.\text{eg.}\,\grave{a}\,140$ (7)

giongasi 5. l'$\frac{1}{4}$. di n. de' z

somma 12. la $\mathfrak{Bz}$. è $\mathfrak{Bz}$ 12 cauasene $\mathfrak{Bz}$ 5. (che è la $\mathfrak{Bz}$. di 5. quarta parte del numero de' z. & resta $\mathfrak{Bz}$ 12 m $\mathfrak{Bz}$ 5. via $\mathfrak{Bz}$ 20. che è la $\mathfrak{Bz}$. del num. de' z.

pdotto $\mathfrak{Bz}$ 140 m 10. che la sua $\mathfrak{Bz}$. è

$\mathfrak{Bz}$ l $\mathfrak{Bz}$ 240 m 10 z. quale è il valore della z.

Problema secondo Algebratico.

TT dicendosi. Di tre quantità cōtinue proportionali la media è $\mathfrak{Bz}$ 60. & la differenza de' quadrati delle due estreme è 64. si vogliono trouare esse due estreme. Ponēdo la minore essere 1 z. il suo quad. è 1 z. che giōtoli 64. differēza d'esso quad. al quad. della maggiore fà 1 z p 64. & questo saria il quad. della maggiore, però ella saria $\mathfrak{Bz}$ l 1 z p 64 ℓ. il che dutto in 1 1 z. cioè in $\mathfrak{Bz}$ l 1 z ℓ. che è l'altra estrema, fà $\mathfrak{Bz}$ l 1 ⊘ p 64 z ℓ. il che è eguale al quad. della media, cioè al quad. di $\mathfrak{Bz}$ 60. qual quadrato è 60. Onde quadrando le parti per leuare la $\mathfrak{Bz}$ l ℓ. haueremo 1 ⊘ p 64 z. eguale à 3600. perilche operando con la regola trouata, vedremo che in questa Equatione la z vale 6. però 6. è la minor quantità delle due estreme posta 1 z. Onde la maggiore sara la $\mathfrak{Bz}$. del cōposto del quadrato d'essa 6. con il 64. differenza data, cioe sarà la $\mathfrak{Bz}$. di 100. che è 10.

Et se ponessimo la maggiore delle due quantità estreme essere 1 z. il suo quadrato è 1 z. che cauarone il 64. dato differenza de' quadrati delle due estreme, resta 1 z m 64. che saria il quadrato della minore, però essa minore saria la $\mathfrak{Bz}$. di detto restante, cioè saria $\mathfrak{Bz}$ l 1 z m 64 ℓ. quale moltiplicata via l'altra estrema 1 z. o $\mathfrak{Bz}$ l 1 z ℓ. fa $\mathfrak{Bz}$ l 1 ⊘ m 64 z ℓ. per il quadrato della media, ma essa media è $\mathfrak{Bz}$ 60. & il suo quadrato è 60. però à questo 60. saria eguale $\mathfrak{Bz}$ l 1 ⊘ m 64 z ℓ. Onde quadrando le parti, per leuare la $\mathfrak{Bz}$ l ℓ. haueremo 1 ⊘ m 64 z, eguale à 3600. cioè 1 ⊘. eguale à 64 z p 3600. Ma noi non sappiamo la regola di questa Equatione d'1 ⊘. eguale à z. & numero; però, ci ingegnaremo d'andarla trouando, Perilche considerando, che quì il valore della z. hà da essere la maggiore delle tre quantità continue proportionali, Et che nella Equatione d'1 ⊘ p 64 ℓ. eguale à 3600. il valore della z. è la minore d'esse tre quantità continue proportionali; & vedendo noi, che cosi nella Equatione d'1 ⊘ p 64 ℓ. eguale à 3600. come nella Equatione d'1 ⊘. eguale à 64 ℓ p 3600. Il 3600. numero della Equatione è sempre l'istesso, & è il quadrato del quadrato della media $\mathfrak{Bz}$ 60. & il 64. numero de' z. è sempre l'istesso, & è il 64. differenza de' quadrati delle due estreme quantità 6. & 10. Conosciamo, che trouata la minor quantità con la Equatione d'1 ⊘ p 64 z. eguale à 3600. qual minor quantità è il 6. se al quadrato di questo 6. cioe à 36. giongeremo 64. differenza de' quadrati della minore, & maggiore, cioè se al 36. quadrato di quello 6. (valore della z. nell'Equatione d'1 ⊘ p 64 z eguale à 3600.) giongeremo il 64. numero de z. la somma 100. farà il quadrato della maggiore quantità, & però presa la $\mathfrak{Bz}$. di questa somma 100. qual $\mathfrak{Bz}$. è 10. esso 10. farà la maggiore, & conseguentemente sara il valore della z. nella Equatione d'1 ⊘. eguale à 64 z p 3600. Potremo dunque dire, Quando 1 ⊘. è eguale à z. & numero, fingali che li z. siano con l'1 ⊘. hauendo 1 ⊘. & z. eguale à numero, & in questa nuoua Equatione si troui il valore della z. al quadrato della quale si giunga il numero de' z. & della somma si pigli la $\mathfrak{Bz}$, che essa $\mathfrak{Bz}$, farà il valore della z. nella nostra

Equ$\mathfrak{Bz}$

Equatione d'1 ✱. eguale à 2 z. & numero. Onde può auuertire lo Studente, che ſe ſaprà in molti modi trouare il valore della z. nell'Equatione d'1 ✱. & 2 z. eguale à numero; ancora nel medeſmo numero di modi potrà trouare il valore della z. nell'Equatione d'1 ✱. eguale à 2 z. & numero (& nel medeſmo numero di modi, in ciaſcuna d'eſſe Equationi potrà formare le regole numerali, & le lineali da eſſe Equationi dependenti) Et ſe anco in eſſi modi vorrà tacere la trasmutatione, che di queſta Equatione ſi viene à fare in quella, egli potrà, intendendouela, tacitamente dare la regola ſimplice à queſta Equatione d'1 ✱. eguale à 2 z. & numero, che pereiò ſeruendoci noi hora del modo, ò regola moſtrata nell' Equatione d'1 ✱. & 2 z. eguale à numero, & ſenza farne mentione alcuna, deriuandone la regola all'Equatione d'1 ✱. eguale à 2 z. & num. potremo dire. Quando 1 ✱. è eguale à 2 z. & numero, Partaſi il numero della Equatione per il numero de' 2 z. & all auuenimento ſi giunga l'½. del numero de' 2 z. & dalla R̸, della ſomma ſi caui la R̸, dell'½. del numero de' 2 z. & il reſtante ſi moltiplichi via la R̸, del numero de' 2 z. & (hora abbreuiando ſenza dire, & del prodotto ſi pigli la R̸, perche in ogni modo eſſa R̸, che ſaria il valore della z. nella Equatione d'1 ✱. & 2 z eguale à numero, conuerria quadrarla per giongere eſſo quadrato del valore della z. al numero de' 2 z. che della ſomma loro poi la R̸, è il valore della z. nella Equatione d'1 ✱. eguale à 2 z. & numero diremo ſolo) al prodotto ſi giunga il numero de' 2 z. che la R̸, della ſomma ſarà il valore della z.

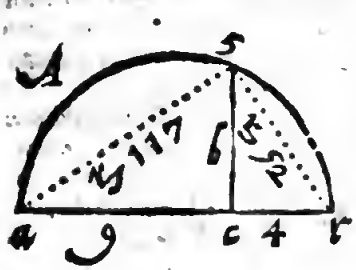
Hauendo dunque trouata la regola à queſta ſorte d'Equatione, hora nel noſtro queſito done la poſitione d'1 z. per la maggiore delle tre quantità continue proportionali ci conduce ad 1 ✱ eguale à 64 2 p̃ 3600. Partiremo 3600. numero della Equatione per 64. numero de' 2 z. & ne viene 56½. al quale giongeremo 16. che è l'½. di 64. numero de 2 z. & fà 72½. della qual ſomma preſa la R̸, ella è 8½. & di queſto 8½. ſi caua la R̸, di 16. che è l'½. del numero de' 2 z. qual R̸, di 16. è 4. & reſta 4½. quale ſi moltiplichi via 8 R̸, di 64. numero de' 2 z. & fà 36. al quale ſi giunga 64. numero de' 2 z. & fà 100. la R̸, del che è 10. & queſto 10. è il valore della z. Et conſeguentemente è la maggior quantità poſta 1 z.

1 ✱. eguale à 64 2 p̃ 3600
450
56½
gionto 16
ſomma 72½
la ſua R̸, è 8½
ſi caua 4
reſta 4½
via 8
fà 36
giongaſi 64. numero de' 2 z
fà 100. che la R̸, è io per il valore della z.

Si può anco eſtrahere la regola numerale, & la lineale da ſoluere detto Problema di trouare le due quantità eſtreme delle tre continue proportionali, mediante la cognitione della media, & differenza de' quadrati delle eſtreme, nel che potrà lo Studente eſercitarſi da ſe alle ſimilitudini delle coſe antecedenti, che io paſſarò ad altre Equationi.

Problema terzo Algebratico.

DATA la media di tre quantità continue proportionali, & la ſomma de' quadrati delle due eſtreme, ſi vogliono trouare eſſe due eſtreme, ſia la media 6. & la ſomma de' quadrati delle due eſtreme ſia 97. Per trouare eſſe due eſtreme, ſia che ſi pona l'vna d'eſſe, che chiamaremo prima eſſere 1 z. il ſuo quadrato ſarà 1 2 z. & q̃ſto cauato da 97. reſta 97 m̃ 1 2 z. che ſarà il quadrato della terza, però eſſa terza ſarà R̸ l 97 m̃ 1 2 l. quale moltiplicata con la prima 1 z. ò R̸ l 1 2 l, fa R̸ l 97 2 m̃ 1 ✱ l. & queſto è eguale à 36. quadrato di 6. media, & leuando la R̸ l l. con il quadrare le parti, haueremo 97 2 m̃ 1 ✱ eguale à 1296. cioè 1 ✱ p̃ 1296. eguale à 97 2. Et hora ſe ſapeſſimo la regola di queſta Equatione d'1 ✱. & numero eguale à 2 z. potreſſimo trouare il valore della z. & però la prima quantità, ma non la ſapendo, tentaremo altro modo.



Conſiderato nel mezo cerchio la s c, perpendicolare al diametro, & però media proportionale fra le due parti a c, c r, eſſere 6. perche vediamo, che il quadrato d'eſſa media con il quadrato della a c, formano il quadrato della a s. Et che il quadrato della iſteſſa media con il quadrato della c r, formano il quadrato della s r, conoſciamo, che giongendo dui quadrati della media, cioè il doppio di 36. che è 72. alla ſomma de' quadrati delle due eſtreme a c, c r, quale è data eſſere 97. il compoſto loro, che è 169. verrà ad eſſere la ſomma de' dui quadrati di a s, & r s, ma alla ſomma de'

medeſmi

medeſmi dui quadrati è eguale il quadrato di a r, diametro (ſomma delle due quãtità eſtreme) che è oppoſto all'angolo retto, formato nel mezo cerchio dalle due rette a s, r s, però il quadrato di a r, ſarà 169. onde eſſa a r, ſarà la ℞ di 169. cioè 13. & queſto è la ſomma delle due eſtreme, Perilche vediamo, che, Dato la media, & la ſomma de' quadrati delle due eſtreme, ſe ad eſſa ſomma ſi giunga il doppio del quadrato della media, & del compoſto ſi pigli la ℞, che ella ſarà la ſomma delle due eſtreme, quale hora ſarà 13. perilche ci ridurresſimo ad vn'altro queſito, che diceſſe. Di tre quantità continue proportionali la media è 6. & la ſomma delle due eſtreme è 13. ſi domanda ciaſcuna d'eſſe. Ma ſtando pure nel queſito come fù dato, cioè la media è 6. & la ſomma de' quadrati delle due eſtreme è 97. per trouare ciaſcuna d'eſſe. Poſto il quadrato della prima 1 z. & però il quadrato della terza 97 m 1 z. elle ſaranno 1 z. & ℞ l 97 m 1 z. perilche la ſomma loro ſarà 1 z p ℞ l 97 m 1 z. ma per la cõſideratione A, fatta di ſopra al 97. ſomma data de' quadrati delle eſtreme, giunto il doppio del quadrato della media, cioè 72. & fà 169. la ℞ di queſto 169. cioè 13. è di neceſsità la ſomma d'eſſe due eſtreme, però à queſto 13. ſarà eguale 1 z p ℞ l 97 m 1 z. Onde per commodità laſſando la ℞ l. da ſe, haueremo 13 m 1 z. eguale à ℞ l 97 m 1 z. Et quadrando le parti ſi haurà 169 m 26 z p 1 z. eguale à 97 m 1 z. Cioè 2 z p 72. eguale à 96 z. Cioè riducendo ad 1 z. ſi haurà 1 z p 36. eguale à 13 z. che è Equatione nota (nella quale il 13. numero delle z. è ſempre il 13. ſomma delle due eſtreme, cioè la ℞ del compoſto della ſomma data de' quadrati delle eſtreme cõ il doppio del quadrato della media, Et il 36. numero della Equatione è ſempre il 36. quadrato della media) nella quale da 42 ½. quadrato di 6 ½. mità di 13. numero delle z. cauato 36. numero della Equatione, & del reſtante 6 ½. preſa la ℞, che è 2 ½. queſto 2 ½. giunto, & cauato à 6 ½. mità del numero delle z. ciaſcuno de' dui reſultanti 9. & 4. è il valore della z. Et anco ſono le due quantità eſtreme cercate, perche hauendo poſto il quadrato della prima eſſere 1 z. & però la ſua ℞, che è 1 z. ſarà eſſa prima, cioè il valore della z. moſtrarà eſſa prima, ma la z. vale 9. & anco può valere 4. però 9. ouero 4. ſarà la prima, onde 81. ouero 16. (valore del z.) ſarà il quadrato della prima, & il reſto ſino à 97. cioè 16. quero 81. ſarà il quadrato della terza, & però ella ſarà 4. ouero 9. Cioè quando la prima ſi dica eſſere 9. eſſendo la maggiore delle eſtreme, allhora la terza, cioè la minore ſarà 4. ma quando ſi dica la prima eſſere la minore, ella ſarà 4. & allhora la terza, ò maggiore ſarà 9. Hauendo dunque trouato il valore della z. ò le quantità eſtreme, mediante l'Equatione d'1 z p 36. eguale à 13 z. Et douendoſi anco trouare l'iſteſſo, mediante l'Equatione d'1 ⌘ p 1296. eguale à 97 z. cioè douendo queſte due Equationi hauere le iſteſſe due valute della z. conſiderando come da quella baſſa ſi poſſa deriuare la regola à queſt'altra, & perciò cercando la conuenienza, che hãno fra loro queſte due Equationi, vedremo che nella baſſa il numero dell'Equatione è ſempre la ℞ del numero della Equatione nella ſuperiore d'1 ⌘. &c. (Et di più vediamo, che eſſo numero della Equatione nella baſſa è ſempre il quadrato della media data) Et il numero delle z. nell'Equatione baſſa è ſempre la ℞ del compoſto del 97. numero de' z. nell'Equatione ſuperiore con il doppio del numero dell'Equatione baſſa, ò vogliamo dire con il doppio della ℞ del numero della Equatione ſuperiore (che è quanto à dire la ℞ del compoſto del doppio del quadrato della media con la ſomma de' quadrati delle due eſtreme) perilche di qui potremo deriuare la regola all'Equatione d'1 ⌘. & numero eguale à z. dicendo.

Quando 1 ⌘. & numero ſono eguali a z. al numero de' z. ſi giunga il doppio della ℞ del numero dell'Equatione, & della ſomma ſi pigli la ℞, che ella ſarà z. alle quali ſaranno ſempre eguali 1 z. (℞ dell'1 ⌘) & il numero, che è ℞ del numero nella noſtra Equatione. Dipoi in queſta Equatione di z. eguali ad 1 z. & numero ſi troui il valore della z. che ella ſarà anco il valore della z. nella noſtra Equatione.

Et ſe non vogliamo nominare queſta traſmutatione della noſtra Equatione nell'altra à lei equalente di 1 z. & numero eguale à z. potremo ſemplicemente dire.

Quando 1 ⌘. & numero ſono eguali à z. al doppio della ℞ del numero dell'Equatione ſi giunga il numero de' z. & della ſomma ſi pigli la ℞, & dal quadrato della mità d'eſſa ℞ (qual mità ſi chiami A) ſi caui la ℞ del numero dell'Equatione, & la ℞ del reſtante ſi giunga, & caui alla, & dalla mità detta A, che ciaſcuno de i dui reſultanti potrà eſſere il valore della z.

Eſſendo dunque nel noſtro queſito peruenuti ad 1 ⌘ p 1296. eguale à 97 z. per trouare il valore della z. Preſa la ℞ del numero 1296. che è 36. al tuo doppio 72. giongeremo 97. numero de' z. & fà 169. & di queſta pigliaremo la ℞, che è 13. & di queſto la mità A, è 6 ½. dal quadrato della quale 42 ¼. cauaremo 36 ℞ del numero dell'Equatione, & reſta 6 ¼. del quale ſi piglia la ℞, & è 2 ½ queſto ſi giunge, & caua alla mità detta 6 ½ A. & ne reſultano 9. & 4. ciaſcuno de i quali reſultanti può eſſere al valore della z. onde l'vna delle quantità eſtreme, che fù poſta 1 z.

ſarà 9.

ſarà 9. ouero 4. & perciò il ſuo quadrato ſarà 81. ouero 16. che cauato da 97. ſomma data de' quadrati delle eſtreme, reſta 16. ouero 81. per il quadrato dell'altra eſtrema, perilche ella ſarà la ℞. di 16. ouero di 81. cioè 4. ouero 9. & così haueremo trouato, che quando la prima ſia 9. la terza ſarà 4. (eſſendo la media 6.) ma ſe 4. fuſſe la prima, il 9. ſaria la terza.

Se di qui vorremo eſtrahere la regola numerale, potremo dire. Data la media di tre quantità continue proportionali, & la ſomma delli quadrati delle due eſtreme per trouare ciaſcuna d'eſſe due eſtreme. Al doppio del quadrato della media ſi giunga la ſomma de' quadrati delle due eſtreme, & della ſomma ſi pigli la ℞, dal quadrato della mità, della quale (& eſſa mità ſi chiami A.) ſi caui il quadrato della media, & la ℞. del reſtante ſi giunga, & caui alla mità detta A. che li dui reſultanti ſaranno le due quantità eſtreme cercate.

Hor ſia, che in vn'Equatione d'1 ✱. & numero eguale à 2. la 1. ſi vogli, che vagli 7. & per formarne l'Equatione, ſappiamo che 1 ✱. ſarà 2401. & il 2. valerà 49. & ſiano eſſi 2. poniamo 62. che importano 3038. cioè 637. di più dell'1 ✱. onde haueremo 1 ✱ p 637. eguale à 62 2. Per trouare il valore della 1. mediante la regola data, diremo, la ℞. del numero 637. è ℞ 637. il ſuo doppio è ℞ 2548. giontoli 62. numero de' 2. fà 62 p ℞ 2548. che la ſua ℞. è 7 p ℞ 13. (& queſto ſaria 1. facendoſi la traſmutatione, quali ſariano eguali ad 1 2 p ℞ 637. eſſendo la ℞ 637. la ℞. del numero 637. accompagnato all'1 ✱. cioè ſi haueria 1 2 p ℞ 637. eguale à 7 p ℞ 13 2.) il quadrato della mità di queſto 7 p ℞ 13. (cioè l'¼. del quadrato di queſto 7 p ℞ 13. cioè l'¼. del 62 p ℞ 2548. ſomma trouata del numero de' 2. con il doppio della m. del numero dell'Equatione) è 15¼ p ℞ 159¼. da queſto ſi caui ℞ 637. che è la ℞. del numero della Equatione (che perciò è ſempre doppia alla ℞ 159¼.) & reſta 15¼ m ℞ 159¼. del che preſa la ℞. ella è 3½ m ℞ 3¼. quale ſi giunge, & cauа ad A 3½ p ℞ 3¼. che è mità del 7 p ℞ 13. di ſopra trouato, & ne reſultano 7. & ℞ 13 ciaſcuno de' quali 7. & ℞ 13. è il valore della 1. Onde conoſciamo di più, che non ſolo il 7. ſuppoſto vale la 1. nell'Equatione d'1 ✱. & numero eguale à 2 formata, ma che anco vale ℞ 13. & così 1 ✱. valerà 169. che con il numero 637. fà 806. & 2. valerà 13. & però 62 ✱. valeranno ancor eſſi l'iſteſſo 806.

Ma dal vedere, che del 62 p ℞ 2548. pigliando la ℞, & poi quadrare la mità d'eſſa ℞, ne reſulta ſempre l'¼. del medeſmo 62 p ℞ 2548. noi nel dare la regola potiamo dire.

Quando 1 ✱. & numero ſono eguali à 2. al doppio d. lla ℞. del numero dell'Equatione ſi giunga il numero de' 2. & dall'¼. della ſomma ſi cauі la ℞. del numero dell'Equatione. Ma tutto queſto, cioè giongere il doppio di ℞ 637. à 62. & della ſomma 62 p ℞ 2548. pigliare l'¼. che è 15½ p ℞ 159¼. cioè l'¼. del 62. & la mità della ℞ 637. & di queſto 15½ p ℞ 159¼. cauare la ℞ 637. reſtarà il 15½. (che è l'¼. del 62.) manco ℞ 159¼. che è l'altra mità della ℞ 637. Onde tutto queſto è quanto à dire, Da l'¼. del numero de' 2. ſi cauі la mità della ℞, dell'¼. del numero dell'Equatione, ò vogliamo dire, Da l'¼. del numero de' 2. ſi cauі la ℞. dell'¼. del numero dell'Equatione, & del reſtante ſi pigli la ℞, & quella ℞. ſi giunga, & cauі alla mità della ℞. della ſomma, che naſce a giungere al numero de' 2. il doppio della ℞. del numero dell'Equatione, che i dui reſultanti ſaranno le due valute della 1. che in queſta Equatione occorrono.

Sia ancora, che la 1. vagli 3. che così 1 ✱ valerà 81. Il 2. valerà 9. & ſiano poniamo li 2 12. che importaranno 108. cioè 27. di più dell'1 ✱. onde haueremo 1 ✱ p 27. eguale à 12 2. la ℞. del numero 27. è 27. il ſuo doppio è ℞ 108. giontoli 12. numero de' 2. fà 12 p ℞ 108. che la ſua ℞. è 3 p ℞ 3. (& queſto ſaria 1. facendoſi la traſmutatione, quali ſariano eguali ad 1 2 p ℞ 27. eſſendo la ℞ 27. la ℞. del numero 27. accompagnato all'1 ✱. cioè ſi haueria 1 2 p ℞ 27. eguale à (3 p ℞ 3 1.) Il quadrato della mità di queſto 3 p ℞ 3. (cioè l'¼. del quadrato di queſto 3 p ℞ 3. cioè l'¼.

1 ✱ p 637. eguale à 62 2
℞ 637
℞ 2548
62 p ℞ 2548
3844
2548
1296
36
8. con 32. & da 32
9. & 13
7 p ℞ 13. è la ℞. del binomio
(7 p m 13) 2. eguale ad 1 2 p ℞ 637
A. 3½ p ℞ 3¼. il ſuo quadrato è
15¼ p ℞ 159¼
ſi caua ℞ 637. num. della Equatione.
reſta 15¼ m ℞ 159¼. da pigliarne la ℞. & perche reſtò il reſiduo del binomio 15¼ p ℞ 159¼. la ſua ℞. ſarà anco il reſiduo di 3½ p ℞ 3¼. che è ℞. del binomio, cioè la ℞. cercata del reſiduo 15¼ m ℞ 159¼. ſarà 3½ m ℞ 3¼. Et perche queſto 3½ m ℞ 3¼. (℞. detta cercata) ſi giunge, & cauа à 3½ p ℞ 3¼. che è il ſuo binomio (& è ſempre la mità del nu. delle 1 7 p ℞ 13.) la ſomma ſarà 7. doppio del 3½. (che à ſommare ℞ 3¼. con m ℞ 3¼. la ſomma è nigna.

niente, annullãdosi esse due Rz, per essere l'vna m̃, & l'altra p̃.) & il restante sarà Rz 13. doppio della Rz 3 1/2. (che li dui 3 1/2. si annullano, cauando l'vno dell'altro, & à cauare m̃ Rz 3 1/2. da p̃ Rz 3 1/2. si giunge il m̃, al p̃, & però ne resulta il doppio d'essa Rz 3 1/2.) onde questi dui resultanti, cioè la somma, & restante detti 7. & Rz 13. vẽgono sempre ad essere i dui nomi del binomio 7 p̃ Rz 13, che è numero delle x. ò vogliamo dire, che è Rz. del binomio, che si forma à giũgere il doppio della Rz. del numero della Equatione con il numero de' x. nella Equatione principale; quali dui resultanti sono le due diuerse valute della x. che occorrono in questa Equatione, cioè la x. valerà 7. & anco può valere Rz 13.

cioè l'1/4. del 12 p̃ Rz 108. somma trouata del numero de' x. con il doppio della Rz. del num. dell' Equatione) è 3 p̃ Rz 6 1/4. da questo si caui Rz 27. che è la Rz. del numero dell'Equatione (che perciò è sẽpre doppia alla Rz 6 1/4.) resta 3 m̃ Rz 6 1/4. del che presa la Rz. ella è 1 1/2 m̃ Rz 1/4. il che si giunge, & caua ad A 1 1/2 p̃ Rz 1/4. che è mità del 3 p̃ Rz 3. di sopra trouato, & ne resultano 3. Et Rz 3. ciascuno de' quali dui resultãti, cioè 3. & anco Rz 3. è il valore della x. Onde conoſciamo di più, che non solo il 3. suppoſto vale la x. nella Equatione d'1 ✱. & numero eguale à x. formata, ma anco può valere Rz 3. che così 1 ✱. valerà 9. che con il numero 27. fà 36. Et 1 x. vale 3. & però 12 x. valeranno ancor'essi l'istesso 36. Et in quest'esempio d Equatione è bello da auuertire, che delle due valute della x. che sono Rz 3. & 3. l'vna è la Rz. dell'altra, ò vogliamo dire l'vna valuta della x. in questa Equatione è quanto la valuta del x. nella istessa Equatione, rispetto all'altra sua valuta della x.

Perche mò del 12 p̃ Rz 18. (ò altra quantità) pigliando la Rz. & poi quadrare la mità d'essa Rz. ne resulta sẽpre l'1/4. del medesmo 12 p̃ Rz 108. (ò della medesma altra quãtità) si conoſce pure, che ne deriua la istessa regola data di sopra, per che similmẽte si potrà dire. Quando 1 ✱. & numero sono eguali à x. giungasi al numero de' x. il doppio della Rz. del numero dell'Equatione, & dall'1/4. della somma si caui la Rz. del numero dell'Equatione; Mà tutto questo, cioè giongere à 12. il doppio di Rz 27. & della somma pigliare l'1/4. che è 3 p̃ Rz 6 1/4. cioè è l'1/4. del 12. & la mità della Rz 27. & di questo cauare la Rz 27. restarà il 3. (che è l'1/4. del 12.) manco Rz 6 1/4. che è l'altra mità della Rz 27. onde tutto questo è quãto à dire, Da l'1/4. del numero de' x si caui la mità della Rz. del numero dell'Equatione, ò vogliamo dire, Da l'1/4. del numero de' x. si caui la Rz. dell'1/4. del numero dell'Equatione, & del restante si pigli la Rz. & quella Rz. si giunga, & caui alla mità della Rz. della somma, che nasce à giungere al numero de' x. il doppio della Rz. del numero dell'Equatione, che i dui resultanti saranno le due valute della x. che in questa Equat. occorrono.

Sia 1 ✱ p̃ 27. eguale à 12 x.
si forma 12 p̃ Rz 108. da pigliarne la Rz.
144
cauato 108
resta 36. la sua Rz. è 6. la mità è 3. che gionta, & cauata à 6. mità del 12. fà 9. & 3. le Rz. de' quali sono 3. & Rz 3. che accompagnati insieme, fanno 3 p̃ Rz 3. che è la Rz. del 12 p̃ Rz 108.
Di detto 3 p̃ Rz 3. la mità è 1 1/2 p̃ Rz 1/4. A, il quadrato della quale mità è 3 p̃ Rz 6 1/4.
si caua la Rz. del nu. dell'Eq. cioe Rz 27
resta 3 m̃ Rz 6 1/4
del quale si piglia Rz. la
3 m̃ Rz 6 1/4
9
cauasi 6 1/4
2 1/4. la Rz. è 1 1/2. che con 3. & da 3. fà 4 1/2. & 1 1/2. le mità sono 2 1/4. & 1/4. che le loro Rz. sono 1 1/2. & Rz 1/4. però 1 1/2 m̃ Rz 1/4. è la Rz. del residuo 3 m̃ Rz 6 1/4. che si gionge, & caua ad A 1 1/2 p̃ Rz 1/4
A 1 1/2 m̃ Rz 1/4 — 1 1/2 p̃ Rz 1/4
giongi 1 1/2 m̃ Rz 1/4 — cauasi 1 1/2 m̃ Rz 1/4
somma 3 — restante Rz 3

Notisi, che nel douer giungere, & cauare l'1 1/2 m̃ Rz 1/4. all'A 1 1/2 p̃ Rz 1/4. perche sempre questi dui 1 1/2. sono eguali, & anco le due Rz 1/4 m̃, & p̃, quanto al 1/4. sono eguali, vediamo che nel sommare il binomio 1 1/2 p̃ Rz 1/4. col residuo 1 1/2 m̃ Rz 1/4. (perche le due Rz 1/4 m̃, & p̃, si annullano) la somma è sempre il doppio dell'1 1/2. cioè è 3. Et nel cauare l'istesso residuo 1 1/2 m̃ Rz 1/4. dall'istesso binomio 1 1/2 p̃ Rz 1/4. li dui 1 1/2. s'annullano, & le due Rz 1/4 m̃, & p̃, si giungono insieme, & perciò ne resulta il doppio di Rz 1/4. cioè Rz 3. onde li dui resultanti sono l'vno il doppio d'1 1/2. cioè 3. & l'altro il doppio di Rz 1/4. cioè Rz 3: quali 3. & Rz 3. mostrano le due valute della x. essere l'vna 3. & l'altra Rz 3.

Dall' hauere dunque auuertito, che doppiando l'1 1/2. & anco doppiando il Rz 1/4. che formano il 3 m̃ Rz 1/4. detto, ne nascono sempre le due valute della x. noi nel dare la regola, potremo dire.

Da l'1/4. del numero de' x. (cioè hora da 3.) si caui la Rz. dell'1/4. del numero dell'Equatione (cioè hora Rz 6 1/4.) & del restante (3 m̃ Rz 6 1/4.) adoprato come residuo (cioè fatta la sottrattione col segno m̃. se bene esse due quantità fussero commensurabili in lunghezza, & si potesse cauare questa da quella) si pigli la Rz. che sia in forma d'vn'altro residuo, & ciascuno de' dui nomi d'esso

residuo

reſiduo ſi doppij da ſe, non intendendo altramente, ò non tenendo più conto del ſegno m, nel minore, che i dui reſultanti, ò dupli detti ſaranno le due valute della z.

Si hà 1 ✱ p 144. eguale à 88 z
ſi caua 6. da 22. che reſta 22 m 6. del qual reſiduo ſi piglia la Bz
da 484
ſi caua 36
reſta 448. la ſua Bz, è Bz 448. la mità è Bz 112. che ſi giunge, & caua à 11. mità del 22. & fà 11 p Bz 112. & 11 m Bz 112. de' quali ſi pigliano le Bz
da 121
ſi caua 112
reſta 9. la Bz, è 3. quale giunta, & cauata à 11. fà 14. & 8. le mità ſono 7 & 4 & le loro Bz, ſono Bz 7. & 2. però Bz 7 p 2. ſarà la Bz, del binomio, & Bz 7 m 2 ſarà la Bz, del reſiduo. quali due quantità cauata la minore dalla maggiore, cioè accompagnate inſieme come reſiduo col ſegno m, formaranno la Bz. del principal reſiduo 22 m 6. però eſſa ſua Bz, ſarà Bz 7 p meno (Bz 7 m 2) (& ben ſi vede, che da Bz 7 p 2. cauato Bz 7 m 2. reſta 4. che è la Bz, di 22 m 6. cioè di 16.) ciaſcuno de' quali dui nomi di queſto reſiduo, cioè Bz 7 p 2. & Bz 7 m 2. ſi doppia, & fanno Bz 28 p 4. & Bz 28 m 4. quali ſono le due valute della z.

Si hà 1 ✱ p 144. eguale à 100 z
ſi caua 6. da 25. reſta 25 m 6. del qual reſiduo ſi piglia la Bz
da 625
ſi caua 36
reſta 589. la ſua Bz, è Bz 589. la mità è Bz 147½. che ſi giunge, & caua à 12½. mità del 25. & fà 12½ p Bz 147½. & 12½ m Bz 147½. di ciaſcuno de' quali ſi piglia la Bz
da 156¼
ſi caua 147½
reſta 9. la ſua Bz, è 3. la mità è 1½ quale giunta, & cauata à 12¼ mità del 12½. fà 7¾. & 4¾. le Bz, de' quali ſono Bz 7¾. & Bz 4¾. però Bz 7¾ p Bz 4¾. ſarà la Bz, del binomio, & Bz 7¾ m Bz 4¾. ſarà la Bz, del reſiduo, Quali due quantità accompagnate inſieme col ſegno m (perche ſi caua la minore dalla maggiore, douendo elle moſtrare, ò formare la Bz, del 25 m 6. che è reſiduo) & fanno Bz 7¾ p Bz 4¾ m, (Bz 7¾ m Bz 4¾.) qual quantità, ò reſiduo è la Bz di 25 m 6. (& ben ſi vede, che Bz 7¾ p Bz 4¾. mãco Bz 7¾ m Bz 4¾ cioè, che da Bz 7¾ p Bz 4¾ à cauarne Bz 7¾ m Bz 4¾. reſta il doppio di Bz 4¾. cioè Bz 19. che è bene la Bz, di 25 m 6. che ſignifica 19.)

Hora ciaſcuno di queſti dui nomi del reſiduo (che è Bz, del 25 m 6.) cioè Bz 7¾ p Bz 4¾. & Bz 7¾ m Bz 4¾. ſi doppia, & fanno Bz 31 p Bz 19. & Bz 31 m Bz 19 però diremo, che la z. vale Bz 31 p Bz 19. & anco può valere Bz 31 m Bz 19.

Et ſe di più conſideraremo (come s'è notato in margine) che à giungere al numero de' z. il doppio della Bz, del numero dell'Equatione, & della ſomma pigliare la Bz. & ſi chiami B, & della mità d'eſſa Bz, che è vn binomio giongere, & cauare la Bz, di quel reſiduo, che reſulta à cauare la Bz, dell'¼. del numero dell'Equatione dall'¼. del numero de' z. (la Bz, del qual reſiduo è anch'ella reſiduo, & ſi chiami R, & è ſempre il reſiduo del binomio detto, che è mità del binomio B.) li dui reſultanti ſono i dui nomi del binomio B, detto (che è la Bz, del binomio compoſto dal numero de' z. & dal doppio della Bz. del numero dell'Equatione) quali dui reſultanti ſono anco le due valute della z. che occorrono in queſta Equatione d'1 ✱. & numero eguale à z. vedremo, che molto breuemente ſi può dare la regola à queſta Equatione, dicendo.

Quando 1 ✱. & numero ſono eguali à z. al numero de' z ſi giunga il doppio della Bz, del numero dell'Equatione, & del binomio, che ne reſulta per ſomma (che tale aggiuntione ſi deue fare ſempre col ſegno p, acciò ſe ne formi vn binomio) ſi pigli la Bz, che ſarà anch'ella vn binomio; Et ciaſcuno delli dui nomi di queſto binomio ſarà valuta della z. Onde hauendo 1 ✱ p 637. eguale à 62 z. Al 62 numero de z. gionto Bz 2548. doppio di Bz 637. Bz, del numero 637. dell'Equatione fà 62 p Bz 2548. Di queſto binomio piglia la Bz, che è 7 p Bz 13. il 7. primo nome d'eſſo binomio 7 p Bz 13. ſarà vna valuta della z. & Bz 13. che è l'altro nome d'eſſo binomio ſarà l'altra valuta della z.

Habbiaſi 1 ✱ p 144. eguale à 88 z. Binomio 88 p 24. la ſua Bz, è Bz 28 p 4. Più Bz 28 m 4 però Bz 28 p 4. vale la z. Et anco può valere Bz 28 m 4.

Piglisi la R, di questo binomio
88 p̃ 24
7744. quadrato dell'88.
si caua 576. quadrato del 24.
resta 7168. la sua R, è R 7168.
la mità della quale è R 1792. che
si giũge, & caua alla mità dell'88
parte maggiore del binomio, & fà
44 p̃ R 1792. Et
44 m̃ R 1792. di ciascun
de' quali 2. resultãti si piglia la R
44 p̃ R 1792. da pigliar-
1936 ne la R
1792
resta 144. la sua R è 12. la mità
del quale è 6. da giungere, & ca-
uare à 22. mità del 44. & ne resul
tano 28. & 16. di ciascuno de' qua
li si piglia la R, & sono R 28. & 4.
che accõpagnate insieme fanno
R 28 p̃ 4. & questo è la R, del 44
p̃ R 1792. però la R, del 44 m̃ R
1792. sarà R 28 m̃ 4. Et queste
due giunte insieme fanno R 28 p̃
4. Più R 28 m̃ 4. il che è la R, del-
l'88 p̃ 24. binomio dato.

Ancora habbiasi 1 ✱ p̃ 144. eg. à 100 2.
binomio 100 p̃ 24 da pigliarne la R
10000
si caua 576
resta 9424. la sua R, è R 9421. la
mità della quale è R 2356. che si giũge, & caua à 50. mità del 100. & ne resultano
50 p̃ R 2356. & 50 m̃ R 2356. di ciascuno de' quali dui resultanti si piglia la R. & esse R, sono
2500
2356
resta 144. la sua R, è 12. la mità è 6. che si giunge, & caua à 25. mità del 50 & ne resultano 31. & 19. di cia
scuno de' quali 2. resultanti si piglia la R. & sono R 31. & R 19 che accõpagnati insieme fanno R 31 p̃ R 19.
il che è la R, del binomio 50 p̃ R 2356.

Per fare la proua numerale dell'hauer concluso, che la R, d'88 p̃ 24. è R 28 p̃ 24. Più R 28 m̃ 4. Quadraremo essa R, trouata, quale è vn binomio composto d'vn binomio, & d'vn residuo.

R 28 p̃ 4. Più R 28 m̃ 4
via R 28 p̃ 4. Più R 28 m̃ 4
44 p̃ R 28. 8. volte
44 m̃ R 28. 8. volte
sõma 88. che comprende i quadrati delle 2. parti del binomio, che con 24. che sono i dui rettangoli fà 88 p̃ 24. però il quadrato del binomio proposto da quadrare è 88 p̃ 24. come bisogna. Cioè si potria dire essere 112. la R, del quale sarà R 112. come anco significa R 28 p̃ 4. Più R 28 m̃ 4; Che à giungere R 28 m̃ 4. con R 28 p̃ 4. ben si vede (annullãdo sopra li m̃ 4. & p̃ 4.) la somma essere R 28. & R 28. cioè il doppio di R 28. che è R 112.

R 28 p̃ 4
via R 28 m̃ 4
fà 28 m̃ 16. Cioè 12. che è vn rettangolo delle due parti del binomio, però il suo doppio 24. comprende i dui rettangoli delle parti.

Valendo la 2 R 28 p̃ 4. Il 2. valerà 44 p̃ R 1792
44 p̃ R 1792
1936
1792
E il ✱. valerà 3728 p̃ (R 1792.) 88. volte
Con 144 num. della Equatione
3872 p̃ (R 1702.) 88. volte

Il che è bene quanto 88 2. cioè quanto 88. volte il 44 p̃ R 1792. Et à cõsimilitudine Se la 2. valerà R 28 m̃ 4. Il 2. valerà 44 m̃ R 1792. & l'1 ✱. valerà 3728 m̃, (R 1792. 88.) volte, al quale giũto il 144. numero dell'Equatione fà 3872 m̃ (R 1792.) 88. volte, il che è bene quãto 88 2.

Ancora considerando d'hauere poniamo 1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 2. & essersi accompagnato al 100. numero de' 2. il 24. che è doppio à 12 R, di 144. numero dell'Equatione, formando il binomio 100 p̃ 24. Hora di questo binomio douendo pigliare la R, che sarà vn'altro binomio (che d'vn binomio la R, e bin. & d'vn residuo la R, è residuo) inteso quest'altro bin. diuiso nelli suoi dui nomi (che sarãno R 31 p̃ R 19. & R 31 m̃ R 19.) cõuiene (come li conosce dal quadrare i binomij) che essi suoi dui nomi siano tali, che i dui quadrati loro gionti insieme formino il 100. parte maggiore del binomio 100 p̃ 24. & che il doppio del dutto d'essi dui nomi sia 24. parte minore del 100 p̃ 24. Se noi non sapessimo la regula del trouare la R, de binomij si potria fare vn questo nel trouare la R, di 100 p̃ 24. che dicesse. Trouinsi due quantità, che il doppio del dutto loro sia 24. Ouero per più breuità, che il dutto loro sia 12. mità del 24. & che la somma de' dui quadrati loro sia 100. Onde posto l'vna delle due quantita essere 1 2. con questa partito 12. dutto loro, ne viene $\frac{12}{1\,2}$. che saria l'altra quantità. I quadrati loro sono 1 2 & $\frac{144}{12}$. che giõti insieme fanno 1 2 p̃ $\frac{144}{12}$. il che deue essere 100. & però è eguale à 100. onde per leuare il rotto.

molti-

moltiplicando ogni cosa per 12. denominatore d'esso rotto, haueremo 1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 ℟. Quero hauendo posto l'vna delle due quantità essere 1 ℟. il suo quadrato è 1 ✱ però il quadrato dell'altra sarà il resto fino à 100 cioè 100 m̃ 1 ✱. & la quantità sarà R l 100 m̃ 1 ✱. quale moltiplicata per la posta 1 ℟. cioè p R l 1 ✱ l, fà R l 100 ✱ m̃ 1 ✱ ℒ. & questo è eguale à 12. che deue essere il dutto delle parti: Onde leuando la R ll, col quadrare le parti, haueremo 100 ✱ m̃ 1 ✱ eguale à 144. cioè 1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 ✱. Onde hora trouando il valore della ℟. ella sarà vna parte del binomio, ò vogliamo dire, trouando le due valute della ℟. che occorrono in questa sorte d'Equatione (quando, cioè la dignità maggiore è con il numero) elle saranno le due quantità cercate, cioè le due parti R 31 p̃ R 19. & R 31 m̃ R 19. del binomio, che è R, del binomio 100 p̃ 24. Perilche si vede, che tãto è trouare le due valute della ℟. nell'Equatione d'1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 ✱. quanto è trouare le due parti della R, di 100 p̃ 24. Et conuersamente tanto è trouare le due parti della R, di 100 p̃ 24. quanto è il trouare le due valute della ℟. nell'Equatione d'1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 ✱. Se dunque, come s'è detto, trouaremo la R, del binomio 100 p̃ 24. le due parti del binomio, che ne nascerà per sua R, saranno le due valute della ℟. che possono auuenire in questa Equatione.

Di più in altro modo concluderemo l'istesso, se suppostо di sapere la regola seguente per trouare la valuta della ℟. nell'Equatione d'1 ✱. & numero eguale à ✱. (& è Dal quadrato della mità del numero de' ✱. si caui il numero dell'Equatione, & del restante si pigli la R, & essa si giunga & caui alla mità del numero de' ✱. & di ciascuno delli dui resultanti (ciascuno de' quali è valuta del ✱.) si pigli la R, che ciascuna d'esse R, sarà il valore della ℟. Della qual regola ancora si mostrarà il nascimento) Consideraremo, che hauendo poniamo 1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 ✱. secondo questa regola Dal quadrato di 50. che è 2500. si caua 144. numero dell'Equatione, & resta 2356. di che si piglia la R, che è R, 2356. & questa si giunge, & caua al 50. & ne resultano 50 p̃ R 2356. & 50 m̃ R 2356. di ciascuno de' quali (che è valore del ✱.) si piglia la R, quali R, saranno R 31 p̃ R 19. & R 31 m̃ R 19. & ciascuna d'esse, che sono l'vna vn binomio, & l'altra vn residuo, sarà il valore della ℟. cioè la ℟. valerà R 31 p̃ R 19. & anco potrà valere R 31 m̃ R 19.

Hora considerando ancora il modo dell'operare nel formare il binomio 100 p̃ 24. (nella Equatione istessa d 1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 ✱.) del quale si piglia poi la R, vedremo, che essendo il 100. sempre l'istesso, & il 24. il doppio della R, del 144. noi moltiplicando vna volta la mità

1 ✱ p̃ 144. eguale à 100 ✱

50

via 50

2500

si caua 144

resta 2356

la sua R, si giunge, & caua à 50, & resultano 50 p̃ R 2356. & 50 m̃ R 2356. di ciascũ d'quali si piglia la R

50 p̃ R 2356

2500

si caua 2356

resta 144. che la sua R, è 12. giũto, & cauato à 50. fà 62. & 38. le loro mità sono 31. & 19. le R, delle quali sono R 31. & R 19. però haueremo R 31 p̃ R 19. che sarà R, di binomio 50 p̃ R 2356. Et similmẽte R 31 m̃ R 19. sarà R, del residuo 50 m̃ R 2356. ciascuna delle quali R 31 p̃ R 19. & R 31 m̃ R 19. sarà valuta della ℟.

1 ✱ p̃ 1 ✱ 4. eguale à 100 ✱ (la R 100 p̃ 24. binom. di che si piglia

10000

si caua 576

9423. la sua R, è R 9424. la mità di essa è R 2356. quale si giũge, & caua à 50. mità del 100. parte maggiore del binomio 100 p̃ 24. & ne resultano 50 p̃ R 2356. & 50 m̃ R 2356. de' quali dui resultanti si pigliano le R, che sono R 31 p̃ R 19. & R 31 m̃ R 19. queste ginnte insieme fanno R 31 p̃ R 19. Più R 31 m̃ R 19 qual binomio è la R, del 100 p̃ 24. & d'esso binomio ciascuna delle sue due parti, cioè R 31 p̃ R 19. & R 31 m̃ R 19. è vna delle due valute della ℟.

Qua R 31 p̃ R 19. P.ù R 31 m̃ R 19 drũ R 31 p̃ R 19. Più R 31 m̃ R 19

50 p̃ R 2356 p̃ 12 p̃ 12

50 m̃ R 2356

100

fà 100 p̃ 24

la ℟. vale R 31 p̃ R 19

il ✱. vale 50 p̃ R 2356

50 p̃ R 23 6

2500

2356

il ✱. vale 4856 p̃ R 23560000

il num. 144

l'vna par. è 5000 p̃ R 23560000 che è quanto 100. volte 50 p̃ R 2356. valore del ✱. però è quãto 100 ✱. che è l'altra parte.

Et così occorre nella valuta R 31 m̃ R 19. che il ✱. vale 50 m̃ R 2356. poi il ✱. è 4856 m̃ R 23560000. al quale giũto il 144. numero, che è con l'1 ✱. fa 5000 m̃ R 23560000. che è l'vna parte. & è appũto quanto 5000 m̃ R 23560000 valore di 100 ✱. che è l'altra parte.

di 100. cioè 50. in ſe ſteſſo, & del prodotto cauando 144. & reſtarà 2356. Et l'altra volta (per pigliare la Rz. del binomio 100 p 24.) moltiplicādo il 100. totale in ſe ſteſſo, che produrrà il quadruplo del prodotto dal 50. ſua mità, & da eſſo prodotto cauādone il quadrato da 24. cioè 576. che anch'egli è il quadruplo del 144. (eſſendo 24 Rz. del 576. doppio à 12 Rz. del 144.) ne ſegue, che il reſtante 9424. ſarà anch'egli quadruplo al reſtante 2356. & perche di ciaſcuno di queſti dui reſtanti ſi piglia la Rz. & ſono Rz 2356. & Rz 9424. ne ſegue, che per eſſere il numero 9424. quadruplo al numero 2356. la Rz. poi del maggiore ſarà doppia alla Rz. del minore (perche la Rz. di 4. denominatore del quadruplo è 2. che moſtra la denominatione dupla) cioè che Rz 9424 è doppia à Rz 2356. Et perche d'eſſa Rz 9424. ſi piglia la mità nella perciò, che è Rz 2356. ſarà di neceſſità eguale all'altra Rz 2356. dell'altro modo. Et perche anco queſta mità, cioè Rz 2356. ſi giunge, & caua alla mità di 100. (parte maggiore del binomio 100 p 24.) cioè à 50. qual 50. perciò è eguale al 50. che ſi quadrò nell'altro modo, anco qui ne reſultarà 50 p Rz 2356. & 50 m Rz 2356. come nell'altro modo. Et perche di ciaſcuno d'eſſi dui reſultanti così nell'vn modo, come nell'altro ſi pigliano le Rz. è neceſſario, che ne deriuino le medeſime Rz 31 p Rz 19. Et Rz 31 m Rz 19. Et perche nel binomio 100 p 24. (per trouarne la Rz.) eſſe due quantità vānno giunte inſieme col ſegno. Più, cioè accompagnate in forma di binomio, & fanno Rz 31 p Rz 19. Più Rz Rz 31 m Rz 19. qual binomio (che è cōpoſto d'vn binomio Rz 31 p Rz 19. & d'vn reſiduo Rz 31 m Rz 19.) è la Rz. del binomio 100 p 24. come ſi vede quadrandolo. Ma nell'altro modo eſſe due quantità, cioè Rz 31 p Rz 19. & Rz 31 m Rz 19 non vanno altramente accompagnate inſieme, ma ciaſcuna da ſe è vna valuta della 1. ſi conoſce chiaramente queſto, che ſi volea, cioè, che. Quando del binomio 100 p 24. (formato come s'è detto) ſi pigliarà la Rz. quale ſarà anch'ella binomio, ciaſcuna delle due parti d'eſſo binomio componente queſta Rz. verrà ad eſſere valuta della 1. nella noſtra Equatione.

Ancora hauendo poniamo 1 ✱ p 144. eguale à 88 2. & traſmutandoſi, come diſcorrendo più à baſſo vedremo poterſi traſmutare in 12 p 144. eguale à 88 1. & in queſta nuova Equatione trouando il valore della 1. potremo operare, come ſi vede.

12 p 144. eguale à 88 1

44

44

1936

ſi caua 144. A

reſta 1792. la ſua Rz. è Rz 1792. da giungere, & cauare à 44. & ſarà 44 p Rz 1792. & 44 m Rz 1792. per valore della 1. qui, ma ſono le valute della 2. nell'Equatione ſuperiore principale di 1 ✱ p 144. eguale à 88 2. hora per trouare le valute della 1. in eſſa Equatione principale, ſapendo che la 1. è Rz del 2. conuien trouare le Rz. di queſti dui binomij, & reſiduo, ma per trouarle ſi caua il quadrato di Rz 1792. cioè 1792. da 1936. quadrato del 44 & però reſtarà l'iſteſſo 144 A. che è numero dell'Equatione, & di queſto 144. ſi piglia la Rz. che è 12. qual 12. ſi giunge, & caua al 44. (che è ſempre la mità dell'88. numero de' 2) & ne reſultano 56. & 32. de quali ſi piglia la mità, che ſono 28. & 16. ouero la mità del 12. ſi giunge, & caua alla mità del 44. come ſi giunge, & caua 6. à 22. & da 22. cioè la mità della Rz. del numero dell'Equatione ſi giunge, & caua all'½. & dall'½. del numero de' 2. Ouero (che reſulta l'iſteſſo) la Rz. dell'½. del numero dell'Equatione ſi giunge, & caua all'½. del numero de' 2. & delli dui reſultanti 28. & 16. ſi pigliano le Rz. che ſono Rz 28. & 4. quali (per formare il binomio, che hà da eſſere Rz. del binomio 44 p Rz 1792.) ſi giungono inſieme, & anco ſi caua la minore 4. dalla maggiore Rz 28. per formare il reſiduo (che hà da eſſere la Rz. del reſiduo 44 m Rz 1792.) & ne reſultano Rz 28 p 4. & Rz 28 m 4. (per le Rz. del binomio, & reſiduo detti) quali ſono le due valute della 1. nell'Equatione d'1 ✱ p 144. eguale à 88 2. Onde da queſt'operare ſi può deriuare la regula à queſta Equatione d'1 ✱ & numero eguale à 2. dicendo.

La mità della Rz. del numero dell'Equatione, ouero la Rz. dell'½. del numero dell'Equatione (cioè hora 6.) ſi giunga, & caui all'¼. del numero de' 2. (che hora è 22.) & delli dui reſultanti (che hora ſono 28. & 16.) ſi pigliino le Rz. (che hora ſono Rz 28. & 4.) & la minore d'eſſe due Rz. ſi giunga, & caui alla maggiore (che hora ne reſultano Rz 28 p 4. & Rz 28 m 4.) che i dui reſultanti ſaranno le due valute della 1. che occorrono in queſta Equatione.

Habbiaſi 1 ✱ p 144. eguale à 100 2. A 25. che è l'1/25. del 100. numero de' 2. ſi giunge, & caua 6. che è la Rz. dell'¼. di 144. numero dell'Equatione, & ne reſultano 31. & 19. de quali ſi pigliano le Rz. & ſono Rz 31. & Rz 19. Hora la minore Rz 19. ſi giunge, & caua alla maggiore Rz 31. &

ne de ri-

nederà duano Rz 31 p Rz 961 & Rz 31 m Rz 961. delle quali due quantità, binomio cioè, & reſiduo, ciaſcuna è valuta della 1.

Di più habbiaſi 1 ✱ p 637. eguale à 62 1. A 15½. che è l'½. di 62. numero de' 1. ſi giunge, & cauà Rz 159¼. che è la Rz. dell'½. di 637. numero dell'equatione, & ne reſultano 15½ p Rz 159¼. & 15½ m Rz 159¼. de' quali ſi pigliano le Rz. & ſono 12½ p Rz 3¼ & 3½ m Rz 3¼. Hora la minore, cioè 3½ m Rz 3¼. ſi giunge, & cauà alla maggiore 3½ p Rz 3¼. & ne reſultano 7. & Rz 13. ciaſcuno de' quali duirò ſuſuanti è vna valuta della 1. la 1. dunque valerà 7. & anco potrà valere Rz 13.

di 15½ p Rz 159¼. ſi pigli la Rz.

240¼
159¼

reſta 81. la ſua Rz. è 9. la mità è 4½. quale ſi giunge, & cauà à 7½. mità de 15½. & ne reſultano 12½. & 3½. di ciaſcuno de' quali ſi piglia la Rz. & ſono 3½. & Rz 3¼. quali giunte inſieme fanno 3½ p Rz 3¼. che è la Rz. cercata.

Di tre quantità continue proportionali ſia la media 6. & la ſomma de' quadrati delle due eſtreme ſia 97. ſi cercano eſſe due eſtreme. Pono l'vna d'eſſe o ſia la maggiore o ſia la minore eſſere 1 1. il ſuo quadrato è 1 1. però il quadrato dell'altra ſarà 97 m 1 1. onde ella ſarà Rz 197 m 1 1. perilchè la ſomma d'eſſe due eſtreme ſarà 1 1 p Rz 197 m 1 1. Ma per mediante la conſideratione A. habbiamo conoſciuto eſſa ſomma delle eſtreme douere eſſere 13. però haueremo 1 1 p Rz 197 m 1 1. eguale à 13. Et quadrãdo ciaſcuna parte p trouar modo di leuar la Rz 1. ſi haurà

1 1 p 97 m 1 1 p Rz 1 3842 m 4 1. eguale à 169.

Cioè Rz 1 3842 m 4 1. eguale à 72

Cioè 3842 m 4 1. eguale à 5184

Cioè 97 1 eguale à 1 ✱ p 1296

Ouero, Hauendo pure 1 1 p Rz 197 m 1 1. eguale à 13. leuando 1 1. da ciaſcuna banda, acciò la Rz 11. reſti da ſe, haueremo

Rz 197 m 1 1. eguale à 13 m 1 1. (& è quanto à dire, ſe il quadrato dell'vna, ò prima ſia 1 1. reſta per il quadrato dell'altra 97 m 1 1. però eſſa terza ſarà Rz 197 m 1 1. ma eſſendo la prima 1 1. la terza è il reſto fino à 13. ſomma loro, cioè è 13 m 1 1. però quello è eguale à Rz 197 m 1 1) & hora quadrando ciaſcuna parte, haueremo

97 m 1 1. eguale à 169 m 26 1 p 1 1.

Cioè 26 1. eguale à 2 1 p 72. Cioè 13 1. eguale à 1 1 p 36. Et così ancora in queſto modo vediamo, che tanto importa, ò reſulta l'hauere 1 1 p 36. eguale à 13 1. quanto hauere 1 ✱ p 1296. eguale à 97 1.

Ma ſia 1. che la maggiore delle due quantità eſtreme ſi pona eſſere 6½ p 1 1. il ſuo quadrato è 42¼ p 13 1 p 1 1. che cauato da 97. reſta 54¾ m 13 1 m 1 1. per il quadrato della minore, onde ella ſarà Rz 154¾ m 13 1 m 1 1. che con 6½ p 1 1. poſta la maggiore fà 6½ p 1 1 p Rz 154¾ m 13 1 m 1 1. che ſarà la ſomma loro, perilche queſto è eguale à 13. che ſappiamo douere eſſere ſomma, onde quadrando le parti per trouar modo di leuare la Rz 1. ſi haurà

42¼ p 13 1 p 1 1
54¾ m 13 1 m 1 1

97 p (Rz 154¾ m 13 1 m 1 1. volte (13 p 2 1.) eguale à 169. Et leuando 97. da ciaſcuna banda, & poi partendo per 13 p 2 1.

97
la 1 vale 2 1/2
il 2 vale 6 1/4
il 3 vale 15 1/8
il ✱ vale 39 1/16

si haurà Rz 154¾ m 13 1 m 1 1. eg. à 72 / 13 p 2 1. e quadrãdo ciaſc. di loro ſi haurà 54¾ m 13 1 m 1 1. eguale à 5184 / 1024 p 52 1 p 1 1. & per leuare il rotto moltiplicãdo ciaſcuna di loro per il denomin. d'eſſo rotto.

1 ✱ è 39 1/16
263 406 1/4
256 1/2 978 1/8
ſomma 1423 7/16

169 p 52 1 p 4 1
219
37011 m 676 1

9252¾ m 2197 1 m 169 1 m 52 3 m 4 ✱
p 2847 1 p 219 1 m 52 3

la 1 è 6½. ſono 406 1/4
il numero è 1017 1/16
ſomma 1423 7/16

ſi haue 9252¾ p 6501 m 626 1 m 10. 3 m 4 ✱. eguale à 5184
Cioè 4068¾ p 2501. eg. à 4 ✱ p 10. 3 p 626 1. & riducẽdo ad 1 ✱ ſi hau. 1017 1/16 p 162½ 1. eguale à 1 ✱ p 26 3 p 156½ 1. Nella quale l'equatione la 1. deue valere 2½. acciochè con 6½. facci 9. che è la quantità maggiore poſta 6½ p 1 1.

Ouero

Ouero hauẽdo $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ p ℞ l $54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ꝛ. eguale à 13. Nolleuãdo $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. (cioè la quantità maggiore) da ciaſcuna bãda, haueremo ℞ l $54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ꝛ. (ch'è la ſola minore) eg. à $6\frac{1}{2}$ m 1 ꝛ. (ch'è pure la ſola min.) & quadrãdo ſi hau. $54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ꝛ. eguale à $42\frac{1}{4}$ m 13 ꝛ p 1 ꝛ. Cioè $12\frac{1}{2}$. eguale à 2 ꝛ. Cioè $6\frac{1}{4}$. eguale à 1 ꝛ. Cioè $2\frac{1}{2}$. eguale à 1 ꝛ. però la ꝛ. vale $2\frac{1}{2}$. onde la maggiore poſta $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. farà $6\frac{1}{2}$ p $2\frac{1}{2}$. cioè 9. Può dunque lo Studente horare, che differẽza ſia nelle occorrenze l'operare in diuerſi modi, che ſi permiene anco di più à diuerſe Equationi.

Ancora eſſendo la media 6. & 97. la ſomma de' quadrati delle due eſtreme. Se poſta la maggiore $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. il quadrato della quale cauato da 97. reſta il quad. della minore, che però eſſa minore ſarà ℞ l $54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ℓ. moltiplicaremo eſſa minore via la maggiore $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. cioè via ℞ l $42\frac{1}{4}$ p 13 ꝛ p 1 ℓ. il prodotto ſarà eguale al quadrato della media, cioè à 36. & ſeguẽdo perueremo all'iſteſſa Equatione d'1 ✱ 3. & 2. eguale à ꝛ. & numero veduta di ſopra.

219	℞ l $54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ℓ
169	via ℞ l $42\frac{1}{4}$ p 13 ꝛ p 1 ℓ
37011	℞ l $2313\frac{9}{16}$ p $162\frac{1}{2}$ ꝛ m $156\frac{1}{16}$ ꝛ m $26\frac{3}{4}$ m 1 ✱ ℓ. eguale à 36. & quadrãdo ſi haurà
	$2313\frac{9}{16}$ p $162\frac{1}{2}$ ꝛ m $156\frac{1}{2}$ ꝛ m $26\frac{3}{4}$ m 1 ✱. eguale à 1296. Cioè
	$8017\frac{9}{16}$ p $161\frac{1}{2}$ ꝛ. eguale à 1 ✱ p $26\frac{3}{4}$ p $156\frac{1}{2}$ ꝛ. Doue la ꝛ. vale $2\frac{1}{2}$.

Ouero douẽdo moltiplicare la minore ℞ l $54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ℓ. via la maggiore $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. accioche il prodotto ſia eguale à 36. quadrato della media, noi in vece di queſto potremo partire il 36. per detto moltiplicante $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. & ne verrà $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\ ꝛ}$. & queſto ſarà eguale alla minore, cioè alla ℞ l, detta, che ſi douea moltiplicare con il $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. Onde hora quadrando ciaſcuna parte, haueremo $54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ꝛ. eguale à $\frac{1296}{42\frac{1}{4}\text{ p }13\ ꝛ\text{ p }1\ ꝛ}$. Et leuando il rotto col moltiplicare ciaſcuna parte per il $42\frac{1}{4}$ p 13 ꝛ p 1 ꝛ. denominatore d'eſſo rotto, ritornaremo all'Operatione, & Equatione medeſma di ſopra.

$54\frac{3}{4}$ m 13 ꝛ m 1 ꝛ. eguale à $\frac{1296}{42\frac{1}{4}\text{ p }13\ ꝛ\text{ p }1\ ꝛ}$

via $42\frac{1}{4}$ p 13 ꝛ p 1 ꝛ

fà $2313\frac{9}{16}$ p $162\frac{1}{2}$ ꝛ m $156\frac{1}{2}$ ꝛ m $26\frac{3}{4}$ m 1 ✱. eguale à 1296.

Dicendoſi. Di tre quantità continue proportionali la media è 6. & la ſomma delle due eſtreme è 13. ſi domanda ciaſcuna d'eſſe. Si può ponere la maggiore eſſere 1 ꝛ. & però la minore 13 m 1 ꝛ. ouero la minore 1 ꝛ. & però la maggiore 13 m 1 ꝛ. che il dutto loro in ciaſcun modo è 13 ꝛ m 1 ꝛ & è eguale à 36. quadrato della media.

Ancora ſi può ponere la maggiore eſſere la mitá del 13. ſomma loro, & meno 1 ꝛ. di più, cioè $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. & così la minore ſarà $6\frac{1}{2}$ m 1 ꝛ. Ma dicendoſi la maggiore eſſere 1 ꝛ p $6\frac{1}{2}$. la minore non ſi può già dire douere eſſere 1 ꝛ m $6\frac{1}{2}$. perche così la ſomma loro ſaria non 13. ma ſaria 2 ꝛ. Eſſa minore ſarà bene $6\frac{1}{2}$ m 1 ꝛ. che con 1 ꝛ p $6\frac{1}{2}$. fà 13. & perciò la poſitione ſarà come la ſuperiore: nondimeno, perche 1 ꝛ. quì deue eſſere manco di $6\frac{1}{2}$. (acciò $6\frac{1}{2}$ m 1 ꝛ. che è la minore ſia qualche coſa) noi douerемo dire la maggiore eſſere non 1 ꝛ p $6\frac{1}{2}$. ma $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. acciochè ſecondo l'vſo la parte maggiore del binomio $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. che è il $6\frac{1}{2}$. ſia la prima. Et che nel trattare, & operare de' binomij, & ſuoi reſidui non ſi pigli errore, ò non ſi rendano l'operationi difficultuoſe.

Eſſendo hora le parti $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. (che è binomio) & $6\frac{1}{2}$ m 1 ꝛ. (che è il ſuo reſiduo) il lor prodotto ſarà $42\frac{1}{4}$ m 1 ꝛ. & eguale à 36. quadrato della media, però ſi haurà 1 ꝛ eguale à $6\frac{1}{4}$. cioè 1 ꝛ. eguale à $2\frac{1}{2}$. però la ꝛ. valerà $2\frac{1}{2}$. & le quantità eſtreme poſte $6\frac{1}{2}$ p 1 ꝛ. & $6\frac{1}{2}$ m 1 ꝛ. ſaranno $6\frac{1}{2}$ p $2\frac{1}{2}$. & $6\frac{1}{2}$ m $2\frac{1}{2}$. Cioè 9. & 4.

Ponendo vna delle due quantità eſtreme 1 ꝛ. con eſſa partito 36. quadrato della media, & però dutto delle eſtreme, ne verrà $\frac{36}{1\ ꝛ}$. che ſarà l'altra eſtrema, onde la ſomma loro ſarà 1 ꝛ p $\frac{36}{1\ ꝛ}$. qual ſomma riducendola à forma di rotto per leuare il ſegno p. (che la 1 ꝛ. douentarà $\frac{1\ ꝛ}{1\ ꝛ}$.) ſarà $\frac{1\ ꝛ\text{ p }36}{1\ ꝛ}$. & ſarà eguale à 13. Onde hora per leuare il rotto ſi moltiplicarà ciaſcuna quantità per 1 ꝛ. denominatore del rotto, & douentarà 1 ꝛ p 36. eguale à 13 ꝛ. Ouero hauendo 1 ꝛ p $\frac{36}{1\ ꝛ}$. ſomma delle due eſtreme, che è eguale à 13. ſomma data; noi per leuare il rotto moltiplicaremo ciaſcuna d'eſſe due ſomme per 1 ꝛ. denominatore del rotto, & haueremo pure 1 ꝛ p 36. eguale à 13 ꝛ. Ouero hauendo 1 ꝛ p $\frac{36}{1\ ꝛ}$. eguale à 13. noi, acciò il rotto reſti ſolo, leuando 1 ꝛ. da ciaſcuna banda,

na banda, haueremo $\frac{36}{1\,\mathcal{R}}$. eguale à 13 m 1 ℛ. & hora moltiplicando per 1 ℛ. denominatore del rotto, haueremo 36. eguale à 13 ℛ m 1 ℛ.

Similmẽte posta la maggiore delle due estreme $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ. con questa partito 36. quadrato della media, & però dutto delle estreme, ne verrà $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. che sarà l'altra estrema, ma ella deue essere $6\frac{1}{2}$ m 1 ℛ. però $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. sarà eguale à $6\frac{1}{2}$ m 1 ℛ. onde per leuare il rotto, moltiplicando ciascuna di loro per il denominatore $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ. haueremo 36. eguale à $42\frac{1}{4}$ m 1 ℛ. cioè 1 ℛ. eguale à $6\frac{1}{2}$. Ouero essendo la maggiore $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ. & trouando la minore essere $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. la somma loro sarà $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ p $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. quale sarà eguale à 13. Onde ridutto à rotto la prima parte, haueremo $\frac{42\frac{1}{4}\text{ p }13\,\mathcal{R}\text{ p }1\,\mathcal{R}\text{ p }36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. cioè $\frac{78\frac{1}{4}\text{ p }13\,\mathcal{R}\text{ p }1\,\mathcal{R}}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. eguale à 13. Et moltiplicando ciascuna parte per $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ. denominatore del rotto, per leuarlo haueremo $78\frac{1}{4}$ p 13 ℛ p 1 ℛ. eguale à $84\frac{1}{2}$ p 13 ℛ. cioè 1 ℛ. eguale à $6\frac{1}{2}$. Ouero essendo la somma $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ p $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. eguale à 13. moltiplicando ciascuna parte per $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ. denominatore del rotto, per leuarlo si haurà pure $78\frac{1}{4}$ p 13 ℛ p 1 ℛ. eguale à $84\frac{1}{2}$ p 13 ℛ. cioè 1 ℛ. eguale à $6\frac{1}{2}$. Ouero essendo la somma $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ p $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. egu. à 13, leuando $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ. da ciascuna parte, acciò il rotto resti solo, haueremo $\frac{36}{6\frac{1}{2}\text{ p }1\,\mathcal{R}}$. eguale à $6\frac{1}{2}$ m 1 ℛ. Et hora per leuare il rotto, moltiplicando ciascuna parte per il denominatore $6\frac{1}{2}$ p 1 ℛ. haueremo 36. eguale à $42\frac{1}{4}$ m 1 ℛ. cioè 1 ℛ. eguale à $6\frac{1}{2}$. & la ℛ. valerà $2\frac{1}{2}$. Il che tutto s'è detto, acciò lo Studente si faccia esperto ne i diuersi modi d'operare.) Ancora considerando, che quando tre quantità sono continue proportionali, anco i tre quadrati loro sono continui proportionali.

Propositione prima.

SE quattro quantità siano proportionali ancora i quadrati loro nel medesimo ordine saranno proportionali. Siano le quattro quantità A B, à b, proportionali, cioè che da A, à B, sia come da a, à b, & siano i loro quadrati per ordine Q R, q r, si dice, che anch'essi saranno nel medesimo ordine proportionali, cioè, che da Q, quadrato di A, ad R, quadrato di B, sarà come da q, quadrato di a, ad r, quadrato di b. Dimostratione. Perche da A, à B, è come da a, à b, ne segue, che il denominatore della proportione di A, à B, (& sia D.) sia eguale al denominatore della proportione di a, à b, (& sia d.) & perche A, in se stesso produce Q, & à moltiplicare B, in se stesso produce R, sia che fra Q, & R, si ponga M, che sia l'dutto di A, in B, onde, perche à moltiplicare A, & B, per vn'istesso A, se ne produce Q, & M, tal proportione sarà da Q, ad M, quale da A, à B, & ancora, perche à moltiplicare A, & B, per vn'istesso B, se ne produce M, & R, tal proportione sarà da M, ad R, quale da A, à B, & però Q, ad M, sarà come da M, ad R, si che Q M R, saranno tre quantità cõtinue proportionali nella proportione di A, à B, & però per la medesima ragione posto fra q, & r, quadrati di a, & b, la quantità m, dutto di a, in b, concluderemo, che q m r, sono tre quantità cõtinue proportionali nella proportione di a, à b, & però nella proportione di A, à B, (alla quale è eguale dal supposito la proportione di a, à b,) ma ancora le tre Q M R, sono tre quantità continue proportionali nella proportione istessa di A, à B, però le tre quantità Q M R, & le tre q m r, sono proportionali in vna istessa proportione, che è quella di A, à B, ò di a, à b, onde, perche la proportione di Q, ad R, contiene due volte, ò vogliamo dire è dupplicata à quella di Q, ad M, (il denominatore della quale proportione di Q, ad R, è sempre il dutto del denominatore della proportione di Q, ad M, nel denominatore della proportione di M, ad R, & però è il quadrato del denominatore d'vna d'esse due proportioni di Q, ad M, ò di M, ad R, quando elle (come auuiene hora) sono eguali fra loro) Et che similmente la proportione di q, ad r, contiene due volte, ò vogliamo

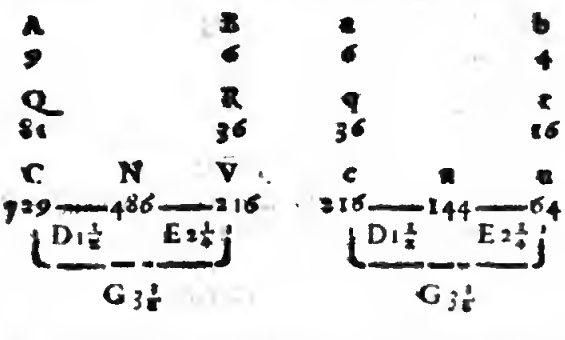
A		B		a		b
9		6		6		4
	D $1\frac{1}{2}$				d $1\frac{1}{2}$	
Q		R		q		r
81		36		36		16
	P $2\frac{1}{2}$				p $2\frac{1}{2}$	
Q	M	R		q	m	r
81	54	36		36	24	16
	$1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$				$1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$	
	$2\frac{1}{2}$				$2\frac{1}{2}$	

ò vogliamo dire è dupplicata à quella di q, ad m, & eſſe due proportioni di Q, ad M, & di q, ad m, ſono eguali fra loro, & perciò la dupplicata all'vna è la iſteſſa proportione, che la dupplicata all'altra, ne ſegue, che la proportione di Q, ad R, ſia eguale alla proportione di q, ad r, che è quello, che ſi volea moſtrare.

L iſteſſo ſi conoſce auenire, ſe in vece di quattro quantità proportionali ſe ne piglino tre, continue proportionali, cioè, che delle quattro quantità proportionali la ſeconda, & terza, per eſſere eguali, douentino vna iſteſſa, che ſerua per conſequente alla prima, & per antecedente alla terza. Similmente ſe le quantità proportionali, ò le continue proportionali ſiano quante ſi vogliono ſi potrà moſtrare nel medeſimo modo, che i quadrati loro nel medeſimo ordine ſaranno proportionali.

Propoſitione ſeconda.

SE quattro quantità ſiano proportionali, ancora i Cubi d'eſſe nel medeſimo ordine ſaranno proportionali. Siano le quattro quantità A B, a b, proportionali. Et ſiano i loro Cubi per ordine C V, c u, ſi dice, che anch'eſſi ſaranno nel medeſimo ordine proportionali. Dimoſtrat.



Delle iſteſſe quattro quantità A B, a b, ſiano i loro quadrati per ordine Q R, q r, quali anch'eſſi per la antecedente ſono proportionali, & perche à moltiplicare il quadrato per la ſua R, ò lato, ſe ne forma il Cubo, ne ſegue, che à moltiplicare Q, per A, ne deriui C, & à moltiplicare R, per B, ne deriui V, ancora ne gl'altri dui Cubi, ſimilmente c, ſarà il dutto di q, in a, & u, il dutto di r, in b. Hora fra C, & V, ſi pona N, che ſia il dutto di Q, in B, & ſimilmẽte fra c, & u, ſi pona n, che ſia il dutto di q, in b, Et conſideriſi, che per eſſere C, & N, i dutti di A, & B, via vn'iſteſſo Q, la proportione di C, ad N, ſarà come da A, à B, Ancora dall'altra banda per eſſere c, & n, i dutti di a, & b, via vn'iſteſſo q la proportione di c, ad n, ſarà come da a, à b, ma queſta di a, à b, è dal ſuppoſito eguale à quella di A, à B, però da c, ad n, ſarà come di A, à B, Et anco come di A, à B, così è da C, ad N, però da C, ad N, è come da c, ad n, Di più, perche N, & V, deriuano dal dutto di Q, & R, nell'iſteſſo B, ne ſegue, che da N, ad V, ſia come da Q, ad R, Ancora dall'altra banda per eſſere n, & u, i dutti di q, & r, nell'iſteſſo b, ne ſegue, che da n, ad u, ſia come da q, ad r, ma ancora da Q, ad R, (per la antecedente dimoſtratione) è come da q, ad r, però da n, ad u, ſarà come di Q, ad R, Et già s'è moſtrato ancora da N, ad V, eſſere come da Q, ad R, però da N, ad V, ſarà come da n, ad u, Onde, perche la proportione di C, ad V, ſi compone dalle due di C, ad N, & di N, ad V, Et dall'altra banda la proportione di c, ad u, ſi compone dalle due di c, ad n, & di n, ad u, Et eſſendo delle componenti la prima di C, ad N, eguale alla prima di c, ad n, Et la ſeconda di N, ad V, eguale alla ſeconda di n, ad u, ancora la compoſta da quelle, cioè la da C, ad V, ſarà eguale alla compoſta da queſte, cioè alla da c, ad u, Ouero, perche ſappiamo, che il denominatore della proportione di N, ad V, è l'iſteſſo, che il denominatore della proportione di n, ad u, (cioè il medeſimo, che è denominatore della proportione de' quadrati Q, & R, ò de' quadrati q, & r,) & che anco il denominatore della proportione di C, ad N, è l'iſteſſo, che è il denominatore della proportione di c, ad n, (cioè il medeſimo, che è denominatore della proportione delle prime quantità A, & B, ouero a, & b,) cioè, perche C, contiene N, per il denominatore della proportione di C, ad N, & ſia D 1½. Et N, contiene V, per il denominatore della proportione di N, ad V, & ſia E 2¼. ne ſegue, che C, contenirà V, per il dutto di D 1½. in E 2¼. & ſia G 3⅜. Et dall'altra banda ſimilmente c, contenirà u, per il dutto de' dui denominatori delle proportioni di c, ad n, & di n, ad u, ma eſſi dui denominatori ſono gl'iſteſſi D 1½. & E 2¼. che ſono anco denominatori delle proportioni di C, ad N, & di N, ad V, per la egualità d'eſſe proportioni, onde anco il dutto del D 1½. via l'E 2¼. da queſt'altra banda ſarà eguale al G 3⅜. dutto del D 1½. via l'E 2¼. dalla prima banda, ma queſti dutti moſtrano l'vno la quantità delle volte, che C, contiene V, cioè il denominatore della proportione di C, ad V, & l'altro la quantità delle volte, che c, contiene u, cioè il denominatore della proportione di c, ad u, però eſſendo eſſi denominatori eguali fra loro (anzi l'iſteſſo) ne ſegue, che anco le proportioni da eſſi denominate ſiano medeſimamente fra loro eguali, cioè, che dal cubo C, al cubo V, ſia come dal cubo c, al cubo u, che

è quanto

è quanto ſi volea moſtrare. L'iſteſſo ſi conoſce auuenire ſe in vece di quattro quantità proportionali ſe ne piglino tre continue proportionali, cioè, che delle quattro quãtità proportionali la ſeconda, & terza per eſſere eguali douentino vna iſteſſa, che ſerua per conſequẽte alla prima, & per antecedente alla terza. Similmente ſe le quantità proportionali, ò le continue proportionali, ſiano quante ſi voglino, ſi potrà moſtrare nel medeſimo modo, che i cubi loro nel medeſimo ordine ſono proportionali.

Propoſitione terza.

SE quattro quantità ſiano proportionali i quadri quadrati loro nel medeſimo ordine ſaranno proportionali. Siano le quattro quantità A B, a b, proportionali, & ſiano i loro quadri quadrati per ordine P S, p s, ſi dice, che anch'eſſo ſaranno nel medeſimo ordine proportionali.

A	B	a	b
9	6	6	4
C	V	c	u
729	216	216	64

P	T	S	p	t	s
6561	4374	1296	1296	864	256
D $1\frac{1}{2}$	G $3\frac{1}{8}$		D $1\frac{1}{2}$	G $3\frac{1}{8}$	
H $5\frac{1}{16}$			H $5\frac{1}{16}$		

Delle medeſime quattro quantità A B, a b, ſiano i loro cubi per ordine C V. c u, quali anch'eſſi per ordine (per la antecedente ſeconda proportione) ſono proportionali. Et perche à moltiplicare il Cubo per la ſua lat. cuba ò lato ſe ne forma il quadro quadrato, ne ſegue, che à moltiplicare C, per A, ne deriui P, & à moltiplicare V, per B, ne deriui S. Ancora ne gl'altri dui quadri quadrati ſimilmente p, ſarà il dutto di c, in a, & s, il dutto di u, in b. Hora fra P, & S, ſi pona T, che ſia il dutto di C in B & ſimilmente fra p, & s, ſi pona t, che ſia il dutto di c, in b. Et conſideriſi, che per eſſere P, & T, i dutti di A, & B, via vn'iſteſſo C, la proportione di P, à T, ſarà come da A, à B. Ancora dall'altra banda per eſſere p, & t, i dutti di a, & b, via vn'iſteſſo c, la proportione di p, à t, ſarà come da a, à b, ma queſta di a, à b, è dal ſuppoſito eguale à quella di A, à B, però da p, a t, ſarà come di A, à B, Et anco come da A, à B, così è da P, à T, però da P, à T, è come da p, a t, Di più, perche T, & S, deriuano dal dutto di C, & V, nell'iſteſſo B, ne ſegue, che da T, ad S, ſia come di C, ad V. Ancora dall'altra banda per eſſere t, & s, i dutti di c, & u, nell'iſtiſſo b, ne ſegue, che da t, ad s, ſia come da c, ad u, ma ancora da C, ad V, (per la antecedente propoſitione) è come da c, ad u, però da t, ad s, ſarà come di C, ad V, Et già s'è moltrato, che ancora da P, ad S, è come da C, ad V, però da T, ad S, ſarà come da t, ad s, Onde, perche la proportione di P, ad S, ſi cõpone dalle due di P, à T, & di T, ad S, Et dall'altra banda la proportione di p, ad s, ſi compone dalle due di p, à t, & di t, ad s, Et la prima delle componenti da vna banda è eguale alla prima delle componenti dall'altra banda, & la ſeconda di T, ad S, è eguale alla ſeconda di t, ad s, Ancora la da P, ad S, compoſta da quelle ſarà eguale alla da p, ad s, compoſta da quelle, Ouero, perche ſappiamo, che il denominatore della proportione di P, à T, è l'iſteſſo, che il denominatore della proportione di p, à t, (Cioè il medeſmo, che è denominatore della proportione di A, à B, ouero di a, à b,) & che anco il denominatore della proportione di T, ad S, è l'iſteſſo, che il denominatore della proportione di t, ad s, (cioè il medeſmo, che è denominatore della proportione de' cubi C, & V, ò de' cubi c, & u,) ò vogliamo dire, perche P, cõtiene T, per il denominatore della proportione di P, à T, & ſia D $1\frac{1}{2}$. & T, contiene S, per il denominatore della proportione di T, ad S, & ſia G $3\frac{1}{8}$. ne ſegue, che P, contenirà S, per il dutto di D $1\frac{1}{2}$. in G $3\frac{1}{8}$. & ſia H $5\frac{1}{16}$. Et dall'altra banda ſimilmente p, contenirà s, per il dutto de' dui denominatori delle proportioni di p, à t, & di t, ad s, ma eſſi dui denominatori ſono gl'iſteſſi D $1\frac{1}{2}$. & G $3\frac{1}{8}$. che ſono anco denominatori delle proportioni di P, à T, & di T, ad S, per la egualita d'eſſe proportioni, onde anco il dutto del D $1\frac{1}{2}$. via il G $3\frac{1}{8}$. da queſt'altra banda ſarà egnale ad H $5\frac{1}{16}$. dutto del D $1\frac{1}{2}$. via il G $3\frac{1}{8}$. dalla prima banda, ma quelli dutti moſtrano l'vno la quantità delle volte, che P, contiene S, cioè il denominatore della proportione di P, ad S, Et l'altro la quantità delle volte, che p, contiene s, cioè il denominatore della proportione di p, ad s, però eſſendo eſſi denominatori eguali fra loro (anzi l'iſteſſo) ne ſegue, che anco eguali fra loro ſiano le proportioni da eſſi denominate, cioè, che dal quadro quadrato P, al quadro quadrato S, ſia come dal quadro quadrato p, al quadro quadrato s, che è quel o, che ſi volea moſtrare. Il medeſimo ſi conoſce auuenire ſe in vece di quattro quantità proportionali ſe ne piglino tre continue proportionali,

cioè, che delle quattro quantità proportionali la ſeconda, & terza per eſſere eguali donentino vna iſteſſa, che ſerua per conſequente alla prima, & per antecedente alla terza.

Similmente ſe le quantità proportionali, ò le continue proportionali ſiano quante ſi vogliono, ſi potrà moſtrare nel medeſimo modo, che i quadri quadrati loro nel medeſimo ordine ſono proportionali.

Et così con modo ſimile ſi potrà moſtrare, che ſe quante quantità ſi vogliono ſiano proportionali, ò continue proportionali, anco i loro relati, i loro quadri cubi, i loro ſecondo relati, i loro quadri quadri quadrati, i loro cubi cubi, i loro quadri primi relati, i loro terzi relati, i loro cubi quadri quadrati, i loro quarti relati, i loro quadri ſecondo relati, i loro cubi primi relati, i loro quadri quadri quadri quadrati, i loro quinti relati, i loro quadri cubi cubi &c. in infinito nel medeſimo ordine ſaranno proportionali.)

Dicendoſi. Di tre quantità continue proportionali la media è 6. & la ſomma de i quadrati delle eſtreme è 97. noi potremo fingèdoci anco il quadrato della media, quale è 36. dir poi con vn'altro queſito. Di tre quantità continue proportionali la media è 6. & la ſomma dell'altre due è 97. ſi domanda ciaſcuna d'eſſe, & trouatele eſſe ſaranno le due parti diſtinte del 97. cioè i dui quadrati di ciaſcuna delle eſtreme, onde preſene le Rz. eſſe Rz. ſaranno le due eſtreme cercate. Sia dunque, che delle due quantità eſtreme, la ſomma delle quali è 97. (eſſendo la media 36.) l'vna ſia 1 r. & l'altra il reſto fino à 97. cioè 97 m 1 r. il prodotto loro è 97 r m 1 z. il che è eguale al quadrato della media, cioè à 1296. perilche leuato il m, giongendo 1 z. à ciaſcuna parte, haueremo

1 z p 1296. eguale à 97 r

9409. quarti
ſi cana 5184. quarti

reſta 4225. quarti. la Rz. è 65. che giunto, & cauato à 97. mità del numero della z. fà 81. & 16. per le due valute della r. Onde 81. ſarà l'vna delle eſtreme, & 16. l'altra; ma perche queſte ſono i quadrati delle eſtreme principali, che ſi cercano, le Rz. di queſte 81. & 16. cioè 9. & 4. ſaranno le due eſtreme principali cercate, la media fra le quali è 6.

Da queſta conſideratione mò benisſimo ſi conoſce la facilisſima traſmutatione dell'Equatione d'1 ✱ & numero eguale à z. nell'Equatione d'1 z. & numero eguale à r. reſtando fermi i medeſimi numeri per ordine in ambedue, mutandoſi ſolo il ſegno ✱. in z. & il ſegno z. in r. perche nell'hauer detto. Di tre quantità continue proportionali la media è 6. & la ſomma de' quadrati delle due eſtreme è 97. ſi domanda ciaſcuna d'eſſe, eſſendoſi con la poſitione dell'vna d'eſſe poſta 1 r peruenuto ad 1 ✱ p 1296. eguale à 97 z. Ma nell'hauer detto (ſeruendoci de i quadrati delle tre quantità continue proportionali, che anch'eſſi ſono tre quantità continue proportionali.) Di tre quantità continue proportionali la media è 36. & la ſomma delle due eſtreme è 97. eſſendoſi con il medeſimo modo di poſitione peruenuto ad 1 z p 1296. eguale à 97 r. in ciaſcuna delle quali Equationi il 1296. è ſempre l'iſteſſo, perche è il quadrato di 36. quadrato di 6. media, & il 97. è ſempre l'iſteſſo, perche è la ſomma de' quadrati delle due eſtreme, vediamo, che quella Equatione d'1 ✱ & numero eguale à z. ſi traſmuta in queſta d'1 z. & numero eguale à r. ma che in queſta ſi viene à trouare le due eſtreme delle tre quantità continue proportionali, che ſono i quadrati delle due eſtreme delle cercate nel principal queſito, onde di eſſe due, cioè di eſſi dui quadrati pigliando le Rz. elle ſaranno le due quantità eſtreme principalmẽte cercate, perilche vediamo la regola dell'Equatione d'1 z. & numero eguale à r. ſeruire anco all'Equatione d'1 ✱. & numero eguale à z. ma che ſi viene à trouare il quadrato della quantità cercata, cioè il valore del z. perilche preſane la Rz. ne reſulta il valore della z. Onde quì deriuando la regola à detta Equatione d'1 ✱. & numero eguale à z. potremo dire.

Quando 1 ✱. & numero ſono eguali à z. Cauiſi il numero dell'Equatione dalla mità del numero de' z. & del reſtante ſi pigli la Rz. qual ſy. ſi giunga, & caui alla mità del numero de' z. & di ciaſcuno de i dui reſultanti (che è valore del z.) ſi pigli la Rz. che ciaſcuna d'eſſe due Rz. ſarà vna delle due valute della r. che ella può hauere in queſta Equatione d'1 ✱. & numero eguale à z. Et queſta è la Regola, di che ſi fece mentione à facciate 87.

Et conſiderando l'iſteſſo, cioè, che di tre quantità continue proportionali ancora i quadrati loro ſono continui proportionali, ò formano tre altre quantità continue proportionali (ſe bene in diuerſa proportionalità, poiche la proportione delli quadrati di due quantità è dupplicata alla proportione d'eſſe due quantità) vedremo, che al medeſimo modo anco gl'altri dui Capitoli, o Equationi compagni à queſto, cioè doue occorrono 1 ✱, z, & numero ſi poſſono traſmutare

ne gl'altri

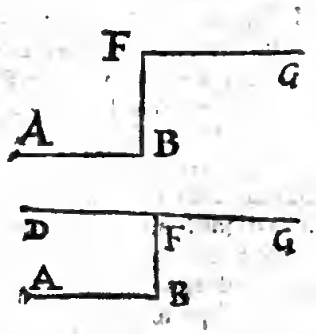
te gl'altri dui Capitoli doue occorrono 1 2. ꝛ. & numero à loro corriſpondenti, & hauere le iſteſſe regole, auuertendo nondimeno, che il valore della ꝛ. ne gl'inferiori viene à moſtrare il valore del 2. ne i ſuperiori; Ma di più ſe auuertiremo, che quando tre quantità ſono continue proportionali, non ſolo i tre quadrati loro ſono anco continui proportionali, ma i loro cubati, i loro quadri quadrati, i loro relati, i loro quadri cubi, &c. in infinito ſono pur anco continui proportionali, vedremo, che nel modo moſtrato di ſopra, in tutte le Equationi doue eſſendo due dignità, & numero, la dignità inferiore ſia la ℞, quadra della ſuperiore, ò vogliamo dire, che la dignità ſuperiore ſia il quadrato della inferiore, cioè quando ſarāno 6 ℞ & numero. Quero 8 ꝛ. & numero. Quero ɔɔ, ſ. & numero, &c. ciaſcuna di queſte ſi potrà traſmutare nelle minime, ò più baſſe inferiori à loro corriſpondenti, doue ſono 2, ꝛ. & numero, reſtando ſempre i numeri tutti gl'iſteſſi, Et ordinatamente l'vna alla ſimilitudine dell'altra; ma nondimeno il valore della ꝛ. cioè della minore delle due dignità 2. & ꝛ. che ſi trouano nelle più baſſe, ò inferiori, verrà à moſtrare il valore della dignità minore (che è ℞, quadra dell'altra dignità maggiore) nell'Equatione à lei corriſpondente ſuperiore, ò più alta; Che per eſempio hauendo 1 6 p̄ 1 4 ℞. eguale à 1 76. queſto ſarà come ſe ſi haueſſe 1 2 p̄ 14 ꝛ. eguale à 176. ma il valore della ꝛ. qui che è 8. verrà ad eſſere, ò moſtrare il valore del ℞. in quella, onde ſe 1 ℞. vale 8. ſaptemo, che la ꝛ. quale è ℞. cuba del ℞. valerà la ℞. cuba d'8. cioè 2. Et così quando 1 6 p̄ 1 4 ℞. ſia eguale à 1 76. troueremo, che la ꝛ. vale 2. Et ben ſi vede, che perciò 1 ℞. valerà 8. & vn cenſo cubo, ò quadro cubo valerà il quadrato d'8. cioè 64. che con 1 1 2. valore di 1 4 ℞. fà 1 76. come ſi ricerca.

Veda mò lo Studente come queſte Dottrine ſono mirabili, poiche da alquanto di ſplendore di dimoſtratione, ò auuertimento ſi illumina l'intelletto accorto, & atto, talmente, che acquiſtando di continuo maggiore attitudine, và ſpeculando, & trouando continue inuentioni; Ma auuertiſca à non ſi andar ſtraccando, ò tẽtando in vano le inuentioni con lo ſimplice eſperimento di numeri, ò con il compaſſo, &c. ma ſempre accompagnato con qualche lume di conſideratione, & diſcorſo naturale, ò artificiale, che così acquiſtarà Dottrina, & diletto, & dalle ſpeculationi cerchi ſempre cauar conſtrutto, riducendole à qualche operatione, ò per vſo, ò per ornamento della Dottrina, acciò non paiano aride, & inutili (come paiono a molti le Dimoſtrationi Geometriche Euclidiane, & d'altri famoſi, & Eccellenti Mathematici, poiche non ſanno ridurle all'vſo, eſtraendone le Regole numerali, & lineali, per l'operare in numeri, ò in linee) che ſe giudicioſamente ſi andrà ſpeculando, ſi potrà da eſſe Dimoſtrationi in apparenza ſecche (come anco ſi fà da terreno ſimile, deriuandone minere, & acque continue, commode, & vtili) deriuare operationi di giouamento, & piacere, Et per darne in eſempio, & ſia per hora in ſoggetto di peſi, & forze da mouerli, ò condurli, &c. Sia che lo Studente ſi abbatta à leggere la nona Propoſitione dell'ottauo libro di Pāpo Aleſſandrino, tradotto dal Greco in Latino dall'Eccellentiſſimo Mathematico M. Federigo Comandini Vrbinate; dico, che ingegnādoſi di eſtrahere da eſſa Propoſitione Geometrica il modo pratico, egli potrà fingerſi vn Queſito ſimile, dicendo. Vn peſo ſi conduce per il piano A B, con la forza di quattro Buoi ordinarij, cioè, vi biſognano quattro Buoi, ſi domanda, volendolo condurre sù per l'erta ſtrada B C, quanti Buoi ordinarij biſogneranno? Et per farlo, accommodandoſi virtualmente al modo Geometrico, ſi potrà, ſegnato, ò preſo vn punto nell'erta B C, & ſia per hora l'iſteſſo termine B, da eſſo tirare vna perpendicolare à detta B C, lunga quanto ſi vogli, & ſia B D, poi dal D, tirate la D E, equidiſtante al piano A B, (cioè à liuello) & dal B, ad eſſa D E, ſi tiri la perpendicolare B F, & dalla D E, ſi ſeghi la D G, eguale alla D B, poi ſi miſurino G F, & F D, & ſia che ſi trouino eſſere G F 6. & F D 9. sì che tutta G D, ſarà 15. (eguale alla D B,) poi ſempre ſi moltiplichi il 4. numero delli Buoi dato, per tutto il 15 G D, che fà 60. & queſto prodotto ſempre ſi parta per il 6 G F, che ne viene 10. qual 10 è il numero delli Buoi cercato, ò domandato, che è di biſogno per condurre nel medeſimo modo il medeſimo peſo sù per l'erta B C. Quero ſorſi più facilmente per chi non ſapeſſe calcolare à baſtanza, Trouata G F, eſſere 6. & tutta G D, miſurata eſſere 15. veggaſi quante volte entri il 6. nel totale 15. & v'entra volte $2\frac{1}{2}$. che queſto, $2\frac{1}{2}$. moſtrarà, che anco volte $2\frac{1}{2}$. di tanta forza data biſognano, cioè volte $2\frac{1}{2}$. li quattro Buoi detti; onde preſo il 4. le volte $2\frac{1}{2}$. che ne riſultano 10. ſi dirà, che 10. Buoi biſognano.

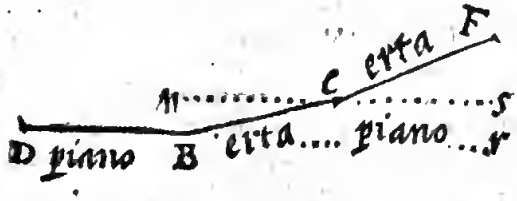
Et ſe l'erta fuſſe la B C, operando, sù la quale la g f, entraria nella g d, ouero B d, volte $3\frac{1}{2}$. in circa, così anco volte $3\frac{1}{2}$. li quattro Buoi, che fà 14. Buoi, ſi diria, che vi biſognaſſero.

Et nell'altra figura doue l'erta ſi pone eſſere la B ꝛ, perche la g ſ, nella g D, (ouero B D, ſempre eguali) entra volte $7\frac{1}{2}$. in circa, ſi diria, che volte $7\frac{1}{2}$. li quattro Buoi, cioè 30. Buoi ſariano di biſogno. Ma dall'operare in linee deriuiamone anco il modo facile da poterſi ponere in opera da ogni ſorte di perſone, & lo troueremo Conſiderādo, che le rette importāti in queſto

negotio ſono D B, che fà angolo retto con l'erta, & D F G, (che ſi fà ſempre eguale ad eſſa D B,) che è equidiſtante al piano, ò à liuello, & il punto F, nella D G, che è ſempre moſtrato dal ſegamento, che fà in eſſa la perpendicolare al piano, che ſi parte dal punto B, commune alle D B, & B C, erta data; onde il piano, la à lui perpendicolare B F, & la F G, fanno vna ſquadra doppia, cioè vno ſtrumento così fatto.



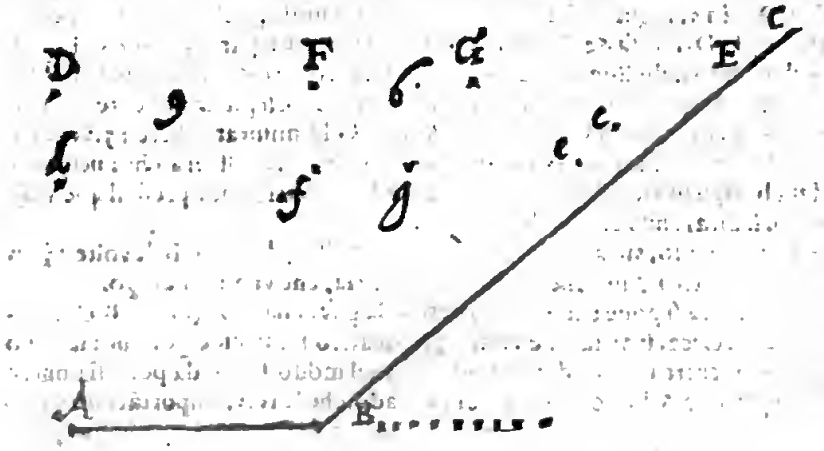
Et perche il punto D, è ſempre alla dirittura delli F, & G, ſi potria dire, che le D G, F B, B A, formino vno ſtrumẽto di tre ſquadre così. Onde conſtrutto con tre righe ſode di legno, ferro, ò altro vno ſtromento così fatto, noi ce ne potreſſimo ſeruire in tali caſi così; Eſſendo il piano dato A B, & l'erta la B C, poneremo lo ſtrumento con la riga A B, ſul piano, vnendo il punto B, dello ſtrumento con il B, angolare del piano, & erta, ſolleuandolo in aria, sì che la B F, ſia perpendicolare al piano; Et hauendo vn'altra ſquadra pure di legno, ferro, ò altro, poneremo l'vno de' ſuoi dui brazzi sù l'erta B C, sì che nel termine B, dell erta, & dello ſtrumento ſia l'angolo della ſquadra, & l'altro braccio voltato verſo la G D, ſi allunghi con la viſta (eſſendoui alcune mire in parti commode) ò con vn regolo, ò ſpago per il diritto, finche concorra con la G D, dello ſtrumento, allungata anch'ella, ſe occorrerà, per l'iſteſſo verſo, & ſegnato il punto del cõcorſo. & ſia D, ſi pigli la lunghezza della retta D B, & portata sù la D G, dello ſtrumento equidiſtante al piano ſi ſegni il punto G, doue ella termini, & allhora miſurata la parte G F, ſi veda quante volte ella entri nella totale G D, ouero B D, che tal numero di volte moſtrarà, che tanto numero di volte biſognarà moltiplicare il numero de' Buoi, ò forza data d'huomini, ò d'altra machina equiualente, acciò ella poſſa ſeruire à condurre il peſo propoſto sù l'erta B C. Et da queſto principio ampliando la cognitione in tale ſtudio, ſi potrà anco facilmente venire à trouar modo di ſoluere altri queſiti di tal qualità, come per eſempio ſaria il ſeguente.

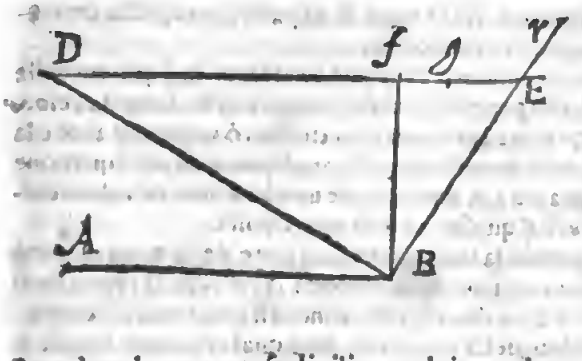


A tirare vn peſo sù per l'erta B C, biſognano 6. Buoi, ò forze, ſi domanda à tirarlo sù per l'altra diuerſa erta C F, quanti Buoi, ò forze della medeſima ſorte biſognaranno? Ouero dicendoſi. Vna Carozza, ò Carro, che peſa libre 560. con 6. perſone (ò mazzi di Canape) che peſano libre 200. per ciaſcuno è tirata commodamente da quattro Caualli sù per l'erta B C, ſi domanda quando ſi arriui alla maggiore erta C F, accioche gl'iſteſſi quattro Caualli poſſino ſeruire à tirare nel medeſmo modo, quante perſone, ò che peſo biſognarà ſcemarli.

Sia l'angolo D B C, fatto dal piano, ò liuello con l'erta B C, di gradi 176. che perciò l'acuto C B r, reſta di gradi 4. Et l'angolo n C F, fatto dal liuello equidiſtante all'Orizonte, & dall'erta C F, ſia di gradi 173. che perciò l'acuto s C F, reſta di gradi 7. intendendoſi l'angolo retto, ò à ſquadra eſſere gradi 90.

Ma conuiene auuertire, che doue le Speculationi Mathematiche, & inuentioni loro ſi congiungono con la materia, ò materie diuerſe, per ridurle all'vſo, è neceſſario hauere baſteuole pratica, & eſperienza delle qualità loro, & de gl'oſtacoli, che poſſono apportare, & in queſti caſi in particolare hauer noticia dlle forze de gl'animali, & huomini, douendoſene ſeruire come ſtrumenti, & ſapere ſe la forza poniamo di otto animali, rieſce in pratica dupla alla forza di quattro, in occaſione di tirar peſi, &c O ſe tirarà peſo duplo, sì come il numero 8. è duplo al numero 4. Et ſe non, andarne





andarne trouando la cauſa. Et ſe nel tirare eſſendoui poniamo 4. para di Buoi, ciaſcun paro viene à tirare à proportione del numero loro; ò pure eſſendo diuerſi di ſito (che i primi auanti ſono più lontani dal Carro, ò altro, de gl'altri, che ſi vengono ſuccedendo) vẽgono anco ad eſſere diuerſi nel modo, & forza di tirare, & in che modo, & in qual proporrione; Auuertendo anco, chè quando vn peſo non è tirato da vn certo numero cõmodo d'huomini, che poſſino eſſerſi d'aiuto l vno all'altro tutti, & così tutti operare coſa di rilieuo nel tirare, che ne anco egli aggiungẽdoui, che numero d huomini ſi vogli manco ſi tirarà, perche le forze, che ſe gli aggiungeſſero reſtaria no inutili, non ſi potendo accommodare all'aiuto biſogneuole. Et circa al tirar peſi per diuerſe erte, ſi portia dare erta tale, che à pena gl'huomini vi potriano ſalire ſenza tirarſi dietro peſo importãte. Onde in ciò vn peſo poniamo, che sù vn colle, ò ſiro poco eleuato, ò erto, ſi tiraſſe con 6. huomini, ò animali, in vn'altro ſito montuoſo molto ripido, forſi non ſi potria tirare con numero alcuno d'huomini, ò animali, che à pena vi potriano tirare, ò condurre le perſone, ò corpi loro; onde in tali caſi conuerria vſare forze aſtratte di ſtrumenti atti, aiutati anco da forze animate, &c. Il che tutto ſi nota per auuertire gli Studioſi, che come ſi dice, *Virtutem poſuere Dij ſudore parandam*; Et come ſcriue l'elegantiſſimo Taſſo, *Sopra dell'erto, & faticoſo colle Della virtù ripoſto è il noſtro bene, Chi non gela, & non ſuda, & non s'eſtolle Dalle vie del piacer, là non peruiene*; Poiche con la eſperienza, & cognitione di molte Dottrine, ſi peruiene à ſicura Scienza; Et così ſtudiando ſempre per il commodo, & ſalute vniuerſale, ſi acquiſta anco, & honore, & ſalute per ſe, che come ſcriue l'iſteſſo Poeta, *La via d'honor, della ſalute è via*; Et dicono i Legiſlatori, *Vigilantibus, & non dormientibus iura ſubueniunt*; Onde sì come i Cieli ſono ſempre in moto, I Mari ſempre l'ãno il fluſſo, & refluſſo, ò ſempre vanno agitãdo, I fiumi ſempre gli cõducono l'acque, Le vene d'eſſi ſempre ne ſorgono; Et tutte le coſe animate ſono ſempre in qualche modo in moto, è ben douere, che l'huomo anco ſi eſerciti ſempre ad apportare vtile, & ornamento al Mondo, ſecondo la ſua vocatione, attitudine, & poſsibilità ad laudem D i æterni omnipotentis.

Et così lo Studente conoſce, che facendoſi eſperto nelle Dottrine de' numeri, & linee, potrà con l'accorto giudicio non ſolo come da ſurgenti fonti deriuate riui, & fiumi d'inuentioni, ma anco facilitarle di modo, che ſi poſſa ageuolmente intendere l'vſo loro da ogni mediocre intelletto, à gloria di N. S. D i o, & commodo ornamento del Mondo.

Sia che ſi dica. Di tre quantità continue proportionali la prima è 9. & la differenza de' quadrati dell'altre due è 20. ſi domanda ciaſcuna di loro. Ponendo la prima 1. il ſuo quadrato è 1 ℣. che partito per 9. ne viene $\frac{1}{9}$ ℣, per la terza, il ſuo quadrato è $\frac{1}{81}$ ℣. & il quadrato della ſeconda è 1 ℣. Onde ſe la ſeconda ſarà maggiore della terza, il quadrato 1 ℣. ſarà maggiore del quadrato $\frac{1}{81}$ ℣. però cauato $\frac{1}{81}$ ℣. da 1 ℣. che reſta 1 ℣ m̃ $\frac{1}{81}$ ℣. queſto ſara eguale à 20. cioè 1 ℣ eguale à $\frac{1}{81}$ ℣ p̃ 20. cioè 81 ℣ eguale à 1 ℣ p̃ 1620. Che la 1. vale 6. & anco vale Bꝛ 45. perilche le tre quantità continue proportionali ſariano 9. 6. 4. Ouero anco 9. Bꝛ 45. 5.

81 ℣. eguale à 1 ℣ p̃ 1260
6561. quarti
6480. quarti
reſta 81. quarti. la Bꝛ è $4\frac{1}{2}$. con $40\frac{1}{2}$. & da $40\frac{1}{2}$. fà 45. & 36. che ſono le due valute del ℣. però la 1. vale Bꝛ 45. & anco vale Bꝛ 36. cioè 6.

Ma ſe la ſeconda fuſſe minore della terza, il quadrato 1 ℣. ſaria minore dell'$\frac{1}{81}$ ℣. quadrato della terza, però cauato 1 ℣. da $\frac{1}{81}$ ℣. che reſta $\frac{1}{81}$ ℣ m̃ 1 ℣. queſto ſaria eguale à 20. Ouero ad 1 ℣. minore ginnto il 20. la ſomma 1 ℣ p̃ 20. ſaria eguale all'$\frac{1}{81}$ ℣. che ridutto ad 1 ℣. partendo ogni coſa per $\frac{1}{81}$. numero de' ℣. ſi haurà 1 ℣. eg. à 81 ℣ p̃ 1620. Onde la 1. valerà Bꝛ 1 Bꝛ 3260$\frac{1}{4}$ p̃ 40$\frac{1}{2}$ ℓ. & queſto ſara la ſeconda, al quadrato della quale, che è Bꝛ 3260$\frac{1}{4}$ p̃ 40$\frac{1}{2}$. giunto 20. che è la differenza d'eſſo al quadrato della terza maggiore, fà 3260$\frac{1}{4}$ p̃ 60$\frac{1}{2}$ cioè 60$\frac{1}{2}$ p̃ Bꝛ 3260$\frac{1}{4}$. & queſto è il quadrato della terza, però eſſa terza ſarà Bꝛ 60$\frac{1}{2}$ p̃ Bꝛ 3260$\frac{1}{4}$ ℓ. cioè Bꝛ 40$\frac{1}{2}$ p̃ 4$\frac{1}{2}$. Et così le tre quantità ſaranno la prima 9. la ſeconda Bꝛ 1 Bꝛ 3260$\frac{1}{4}$ p̃ 40$\frac{1}{2}$ ℓ. & la terza Bꝛ 40$\frac{1}{2}$ p̃ 4$\frac{1}{2}$. Et ben ſi vede elle eſſere continue proportionali, poiche à moltipli-

6561
6480
130. 2. quarti è la ſomma, la ſua Bꝛ è Bꝛ 3260$\frac{1}{4}$. da giungerli 40$\frac{1}{2}$. mità del numero de' ℣. & ſà Bꝛ 3260$\frac{1}{4}$ p̃ 40$\frac{1}{2}$. che è il va-

care

il valore del 2. però la 1. vale ℞ 1 ℞ 3 260¼ p 40½ ℓ. & è la ſeconda, il quadrato dunque della terza ſarà 60½ p ℞ 3 260¼

3 260¼

reſta 400. la ℞. è 20. la mità è 10. che giunto, & cauato à 30¼. fà 40¼. & 20¼. le loro ℞. ſono ℞ 40¼. & 4½. però ℞ 40¼ p 4½. ſarà la terza.

care la prima 9. via la terza fà ℞ 3 260¼ p 40½. che è quanto il quadrato della ſeconda.

Et così ſappiamo, che quando la ſeconda è minore della terza, & che perciò la prima è minore della ſeconda, cioè, che eſſa prima è la minore di tutte tre, ò vogliamo dire è la minore delle due eſtreme, allhora ſi peruiene all'Equatione d'1 ✱. eguale à 2. & numero, che non hà ſe non vn valore della 1. & però il queſito hà ſolo vna riſpoſta.

Ma quando la ſeconda ſia maggiore della terza, & però la prima maggiore della ſeconda, cioè, che la prima ſia la maggiore delle due eſtreme, allhora ſi peruiene all'Equatione d'1 ✱ & numero eguale à 2. che hà due valute della 1. ciaſcuna delle quali vediamo ſeruire al noſtro queſito, & perciò allhora il queſito hà due riſpoſte. Onde ne viene ad hauere in tutto tre. Et così ſi vede la mirabil forza della Dottrina Algebratica, poiche ella ci fà venire in cognitione di tutte le coſe, ci auuertiſce di tutti i particolari, & ci inſegna le Regole, & in numeri, & in linee da eſequirle.

Chi voleſſe accorgerſi ſe alcuno fuſſe eſperto nell'Algebra, potria pigliarne occaſione di quì, facendoli queſto queſito, ò ſimile, ma in queſto modo.

Io hò tre quantità continue proportionali, delle quali la prima è 9. & la differenza de' quadrati dell'altre due è 20. domādo le altre due, che hò, Et egli hauere tre diuerſe carte done fuſſero diuerſamente, cioè particolarmente in ciaſcuna d'eſſe vna ſolutione, in 1 vna 9. 6. 4. nell'altra 9. ℞ 45. 5. & nell'altra 9. ℞ 1 ℞ 3 260¼ p 40½ ℓ. ℞ 40½ p 4½. Et riſpondendo quel tale per qual ſi vogli di loro, verbi gratia per 9. 6. 4. allhora cauar fuori, ò pigliare vna dell'altre, & dire non è così, perche io hò queſte, cioè 9, ℞ 45. 5. (ò l'altra) Et riſpondendo per due, cioè poniamo per 9. 6. 4. & 9. ℞ 45. 5. allhora pigliar l'altra, & dire non è così, perche io hò queſte 9. ℞ 1 ℞ 3 260¼ p 40½ ℓ. ℞ 40½ p 4½. Et riſpondēdo per tutte tre ſi vedria lui eſſere eſperto, & accorto. Ma biſogna bene auuertire di non dare il queſito largo modo. Perche dicendoſi, Di tre quantità continue proportionali la prima è 9 & la differenza de' quadrati della ſeconda, & terza è 20. ſi domanda eſſe ſeconda, & terza, allhora qual ſi vogli riſolutione, che deſſe ſaria à baſtanza per la ſolutione del queſito.

Ancora dicendoſi. Di tre quantità continue proportionali la prima è 9. & il quadrato della ſeconda ſupera il quadrato della terza in 20. noi gli veresſimo à inſegnare, ò auuertirlo, che la prima è la maggiore delle due eſtreme. Et allhora il queſito hà due ſolutioni.

Et dicendoſi. Di tre quantità continue proportionali la prima è 9. & il quadrato della ſeconda è 20. manco del quadrato della terza, noi gli veresſimo à moſtrare, che la prima è la minore delle due eſtreme. Et allhora il queſito hà vna ſola ſolutione.

Però à chi hà da dare, & riceuere queſiti conuiene eſſere ingegnoſo, accorto, & eſperto, hauendo, come ſi dice, aruorato l'intelletto alla mirabile pietra Algebratica, accio ſia atto à penetrare nelle occorrenti ſottilità, & ſpeculationi.

Ma di tre quantità continue proportionali eſſendo la prima 9. & la differenza de' quadrati dell'altre due 20. poſto il quadrato della ſeconda 1 2 p 10. ſupponēdo che ella ſia maggiore della terza. Et il quadrato della terza 1 2 m 10. accioche il quadrato della ſeconda ſia 20. di più, che il quadrato della terza, allhora la terza ſarà ℞ 1 1 2 m 10 ℓ. il che moltiplicato via la prima 9. fa ℞ 1 81 2 m 810 ℓ. & queſto è eguale al quadrato della ſeconda, cioè à 1 2 p 10. & quadrando ciaſcuna parte p leuate la ℞ 1 ℓ. haueremo 1 ✱ p 20 2 p 100. eguale à 81 2 m 810. Cioè 1 ✱ p 910. eguale a 61 2

5721. quarti
3640. quarti

81. quarti. la ℞. è 4½. che giūto, & cauato à 30¼. mità del 61. numero de 2. fà 35. & 26. quali ſono le due valute del 2. onde il quadrato della ſeconda poſto 1 2 p 10. ſarà 35 p 10, cioè 45. Ouanco ſarà 26 p 10. cioè 36. Et il quadrato della terza poſto 1 2 m 10. ſarà 35 m 10. cioè 25.

Ma ſupponendoſi la ſeconda eſſere minore della terza, allhora il quadrato della terza ſarà da ponere 1 2 p 10. & il quadrato della ſeconda 1 2 m 10. Onde la terza ſaria ℞ 1 1 2 p 10 ℓ. & queſta moltiplicata per la prima 9. produrria ℞ 1 81 2 p 810 ℓ. il che ſaria eguale al quadrato della ſeconda, cioè ad 1 2 m 10. & quadrādo le parti p leuare la ℞ 1 1, haueresſimo 81 2 p 810. eguale à 1 ✱ m 20 2 p 100. Cioè 101 2 p 710. eguale ad 1 ✱

10201. quarti
2840. quarti

13041. quarti

℞ 3 260¼ p 50½. vale il 2

Però 1 2 p 10. ſarà 60½ p ℞ 3 260¼. per il quadrato della terza, perilche eſſa terza ſarà ℞ 40¼ p 4½. Et il quadrato del-

Digitized by Google

cioè 25. Onco farà 26 m̃ 10. cioè 16 Perilche essendo il quadrato della seconda 45. ò 36. essa seconda farà R̃ 45. ò 6. Et essendo il quadrato della terza 25. ò 16. essa terza farà 5. ò 4. Et però haueremo 9. R̃ 45. 5. Ouero 9. 6. 4.

to della seconda posto 12 m̃ 10. farà R̃ 32 40½ p̃ 16¾ onde essa seconda farà R̃ 1 R̃ 3260¼ p̃ 40½ ℓ. come si trouò nelle antecedenti positioni.

Di tre quantità continue proportionali la seconda è 6. & la differenza de' quadrati dell altre due è 65 si domandano esse due. Sia la prima 1 ℛ. con la quale partendo 36. quadrato della seconda, ne viene $\frac{36}{1\ ℛ}$ per la terza, il suo quadrato è $\frac{1296}{1\ ⊐}$. & il quadrato della prima è 1 ⊐. hora conuien stabilire quale delle due estreme si pigli per minore, cioè la posta 1 ℛ. ò l'altra, perche conuien cauare il quadrato della minore dal quadrato della maggiore, Sia dunque, che 1 ℛ. sia la minore, onde cauando 1 ℛ. suo quadrato da $\frac{1296}{1\ ⊐}$. restarà $\frac{1296}{1\ ⊐}$ m̃ 1 ⊐. & è eguale à 65. differenza data, Cioè 1 ⊐ p̃ 65. eguale à $\frac{1296}{1\ ⊐}$. Et leuando il rotto si haurà 1 ⊐ p̃ 65 ⊐. eguale à 1296. Però come se hauessimo 1 ⊐ p̃ 65 ℛ. eguale à 1296. noi Al quadrato di 32½ mità del numero delle ℛ. qual quadrato è 1056¼. giongeremo il numero 1296. & fà 2352¼. del quale presa la R̃ ella è 48½. dalla quale cauato 32½ mità del numero de' ℛ resta 16. & questo è la valuta del ℛ. nell'Equatione d 1 ⊐ p̃ 65 ℛ. eguale à 1296, però la ℛ. valerà R̃ 16. cioè 4. però 4. sarà la quantità estrema minore posta 1 ℛ. Ma volendo, che la posta 1 ℛ. sia la maggiore delle due estreme, Noi dal suo quadrato 1 ⊐. cauato $\frac{12.6}{1\ ⊐}$ che saria il quadrato dell'altra minore, restarà 1 ⊐ m̃ $\frac{12.6}{1\ ⊐}$ il che sarà eguale à 65. & leuato il m̃ si haurà 1 ⊐. eguale à $\frac{1296}{1\ ⊐}$ p̃ 65. Et leuato il rotto sarà 1 ⊐ eguale à 1296 p̃ 65 ⊐. Onde come se hauessimo 1 ⊐ eguale à 1296 p̃ 65 ℛ. al quadrato di 32½ mità del num. delle ℛ. giongeremo il 1296. numero dell' Equatione, & della somma 2352¼. pigharemo la R̃. che è 48½. & ad essa giongeremo 32½ mità del numero delle ℛ. che fà 81. & questo 81. è la valuta del ℛ. nell'Equatione d'1 ⊐. eguale à 65 ℛ p̃ 1296. però la ℛ. in essa Equatione valerà 9. onde 9. sarà la quantità estrema maggiore posta 1 ℛ. Ouero delle due quantità estreme sia la minore 1 ℛ. il suo quadrato è 1 ⊐. però il quadrato della maggiore saria 65 p̃ 1 ⊐. & ella saria R̃ 1 65 p̃ 1 ⊐ ℓ. che moltiplicata via 1 ℛ. che è l'altra fra R̃ 1 65 ⊐ p̃ 1 ⊐ ℓ. il che è eguale à 36. quadrato della media, & quadrando le parti per leuare la R̃ 1 ⊐, si haurà 1 ⊐ p̃ 65 ℛ. eguale à 1296. come di sopra, & però la ℛ. valerà 4. per la quantità estrema minore. Ouero di dette due quantità estreme sia la maggiore 1 ℛ il suo quadrato è 1 ⊐. dal quale cauato 65. differenza de' quadrati delle estreme, resta 1 ⊐ m̃ 65. per il quadrato della minore, onde ella sarà R̃ 1 1 ⊐ m̃ 65 ℓ. quale moltiplicata via 1 ℛ. maggiore, cioè via R̃ 1 1 ⊐ ℓ. fà R̃ 1 1 ⊐ m̃ 65 ⊐ ℓ. qual prodotto d'esse estreme è eguale à 36. che è il quadrato della media, & quadrãdo le parti haueremo 1 ⊐ m̃ 65 ℛ. eguale à 1296. cioè 1 ⊐. eguale à 65 ℛ p̃ 1296. come di sopra, però la ℛ. valerà medesmamente 9. & sarà la quãtità maggiore delle due estreme.

Se mò lo Studente passarà auanti alla speculatione d'altre Equationi Algebratiche, ricordisi di star sempre molto auuertito, che questa Dottrina Algebratica ricerca intelletto accorto, & viuace, Et si riposi quando le operationi numerali, o altre l'habbino affaticato mediocremente, perche passando questo segno, egli si indeboliria, & nõ vedria ne anco le cose molto chiare, che possono succedere; Et noti bene, che conuien sempre andar tentando, ò cercãdo le Regole dell Equationi con qualche lume, ò fondamento sicuro, Et molte Equationi potranno hauere diuerse valute della ℛ. se bene parerà, che n'habbino vna sola, che per esempio Hauẽdo 1 3 p̃ 21 ℛ. eguale à 9 2 p̃ 9. Adoptando la regola data dal Bombelli nella sua mirabile Algebra a facciate 334. in questa Equatione si troua la ℛ valere 3 p̃ R̃ 6. come è vero, perche il ⊐. valerà 15 p̃ R̃ 216. & il 3. valerà 81 p̃ R̃ 26534. Onde 13 p̃ 21 ℛ. cioè 81 p̃ R̃ 26534. con 63 p̃ R̃ 2646. che fanno in tutto 144 p̃ R̃ 17496. p vna parte. Sarà quanto 9 2 p̃ 9. cioè quãto 135 p̃ R̃ 17496. con 9. che fanno

Si hà 1 3 p̃ 21 ℛ. eguale à 9 2 p̃ 9. Et si troua la ℛ. valere 3 p̃ R̃ 6. Del che si fà la proua numerale.

R̃ 26534. e quanto R̃ 6. via 33
R̃ 2646. è quanto R̃ 6. via 21

la sõma è quanto R̃ 6 via 21 cioè quanto R̃ 6. via R̃ 2916 che produce R̃ 17496.

1 3 è 81 p̃ R̃ 26534
21 ℛ 63 p̃ R̃ 2646

sõm. 144 p̃ R̃ 17496
che è l'vna parte de l'Equat.
9 2 sono 135 p̃ R̃ 17496
il numero 9

somma 144 p̃ R̃ 17496
che è l'altra parte, & è eguall'
vna parte già trouata sopradetta, però si vede esser vero, che la ℛ. vale 3 p̃ R̃ 6.

3 p ℞ 6. vale la z
3 p ℞ 6
15 p ℞ 216. vale il z
3 p ℞ 6

℞ 1296
3 6
4 5
8 1

3. via ℞ 216. è quanto
3. via ℞ 36. via ℞ 6. cioè
quanto 3. via 6. via ℞ 6.
cioè quanto 18. via ℞ 6. & cõ
15. via ℞ 6.

fà quanto 33. via ℞ 6. cioè
quanto ℞ 1089. via ℞ 6. che
produce ℞ 6534.
però 81 p ℞ 6534. vale il 3.

fanno in tutto medesimamente 144 p ℞ 17496. per l'altra parte come cõuiene; Et di più se aduertiremo vedremo anco la z. valere 3. che così il z. valerà 9. & il 3. valerà 27. perilche 13. cioè 27. con 21 z. cioè con 63. fà in somma 90. come li 9 z. che sono 81. con il numero 9. che fanno pure 90. Onde qui vediamo la z. hauere queste due valute, che sono l'vna 3 p ℞ 6. & l'altra 3.

Ancora hauendo 13 p 22. eguale à 6 z p 3 z. Adoprando la Regola data dal Bombello à facciate 341. in questa Equatione, si trouara la z. valere ℞ 15 p 2. come è vero, perche il z. valerà

Si hà 13 p 22. eguale à 6 z p 3 z. Et si troua la z. valere ℞ 15 p 2.

Del che quì si fà la proua numerale.

℞ 15 p 2. vale la z
19 p ℞ 240. vale il z

3600
38 p 60
98 p ℞ 10935. vale il 3
22. è il numero giuntoli
120 p ℞ 10935. importa l'13 p 22.

2. via 4. vol. ℞ 15
cioè 8. via ℞ 15
& 19. via ℞ 15
in tutto 27. via ℞ 15
cioè ℞ 729. via ℞ 15
fà ℞ 10935.

li 6 z. sono 114 p 6. volte ℞ 240 — 24. v. ℞ 15
le 3 z. sono 6 p 3. volte ℞ 15 — 3. v. ℞ 15
— 27. v. ℞ 15

la somma è 120 p ℞ 10935.
che è quanto l'13 p 22. però ℞ 729. v. ℞ 15
si vede esser vero, che la z. fà ℞ 10935.
vale ℞ 15 p 2.

19 p ℞ 240. & il 3. valerà 98 p ℞ 10935. onde 13 p 22. che fà in somma 120 p ℞ 10935. farà quãto 6 z. che importano 114 p ℞ 8640. giunti à 3 z. che importano 6 p ℞ 135. & fanno in somma l'istesso 120 p ℞ 10935. come bisogna; Et di più si vede, che nella medesma Equatione la z. può valere, ò vale 2. poiche valendo il z 4. & il 3 8. l'13 p 22. importarà 8 p 22. cioè 30. Et anco li 6 z p 3 z. cioè 24 p 6. che fà 30. importaranno, ò saranno l'istesso 30. perilche qui ancora si vede, che la z. hà due valute, & sono ℞ 15 p 2. l'vna, Et 2. l'altra; Con che si porrà fine à questo Trattato, ringratiando N. S. Dio di quanto ci hà concesso.

Soli Deo omnis honor, & gloria.

PRO-

PROPOSITIONI, OVERO OPERATIONI,

Nelle quali si vengono à porre in vso le Equationi, ò Capitoli dell'Algebra, ò Regola della cosa già mostrata.

Operatione prima. Data la differenza di due quantità, & la somma loro, trouare ciascuna d'esse.

SIA D 40. la differenza delle due quantità, & S 100. la somma loro. Per trouare distintamente ciascuna d'esse, Pono A, minore essere 1 *r.* perilche B, maggiore sarà 1 *r.* & 40. di più, cioè sarà 1 *r* p̄ 40. onde la sōma loro 2 *r* p̄ 40. verrà ad essere eguale à 100. somma data, che leuando il 40. da ciascuna banda haueremo 2 *r.* eguale à 60. perilche partito il 60. per 2. numero delle *r.* l'auuenimento 30. sarà il valore della *r.* però la minore posta 1 *r.* è 30. & la maggiore 30 p̄ 40. cioè sarà 70. Regola.

Per estrahere da questa Operatione Algebratica la regola numerale da risoluere questo quesito, ò simili con le semplici operarioni numerali, vediamo che essendo peruenuti à 2 *r.* eguali à 60. il 60. è sempre quel numero, che resta à cauare D 40. differenza data da S 100. somma data, qual 60. si parte sempre per 2. numero delle *r.* che è sempre 2. *(numero denotante le due quantità)* & l'auuenimento 30. è sempre la minor quantità, onde per Regola si potrà dire. Cauisi la differenza data delle due quantità dalla somma loro, che la mità del restante sarà la quantità minore. Et se poneremo non la minore, ma la quantità maggiore essere 1 *r.* la minore perciò sarà 40. di manco, cioè 1 *r* m̄ 40. & la somma loro verrà ad essere 2 *r* m̄ 40. ma ella deue essere 100. però 2 *r* m̄ 40. è eguale à 100. onde per accommodare il m̄, gionto 40. à ciascuna parte haueremo 2 *r.* eguale à 140. perilche 1 *r.* sola valerà 70. onde la quantità maggiore posta 1 *r.* sarà 70. & però la minore sarà 30. Regola. Da quest'operare vediamo per regola numerale potersi dire. Giungasi la differenza data delle due quantità con la somma loro, che la mità del composto sarà la quantità maggiore.

Et se hauendo posto la maggior quantità essere 1 *r.* la cauaremo da 100. somma data, il restante 100 m̄ 1 *r.* verrà ad essere la quantità minore, & questa cauata dalla maggiore, cioè da 1 *r.* la differenza sarà 2 *r* m̄ 100. il che verrà ad essere eguale à 40. differenza data, onde per accommodare il m̄, gionto 100. à ciascuna banda haueremo 2 *r.* eguale à 140. come prima, perilche partendo 140. per 2. numero delle *r.* l'auuenimento 70. che è il valore della *r.* mostrarà la quantità maggiore, però la minore sarà il resto fino à 100. cioè 30.

Ouero se come di sopra posta la minore quantità 1 *r.* la cauaremo da 100. somma data, il restante 100 m̄ 1 *r.* verrà ad essere la maggiore, onde da questa 100 m̄ 1 *r.* cauato la minore 1 *r.* la differenza loro sarà 100 m̄ 2 *r.* ma deue essere 40. differenza data, però 100 m̄ 2 *r.* sarà eguale à 40. onde per accommodare il m̄, ginnto 2 *r.* à ciascuna banda, si haurà 100. eguale à 2 *r* p̄ 40. & Aneo leuato il numero 40. da ciascuna banda, haueremo 60. eguale à 2 *r.* come allhora, perilche la *r.* valerà 30. & questo 30. sarà la quantità minore.

Operatione seconda. Data la differenza di due quantità, & la proportione loro trouare esse quantità.

SIA D, differenza di due quantità 12. & la proportione della maggiore alla minore come da R 3. ad S 2. Pono A, maggiore essere 1 *r.* che così cauatone D 12. differenza loro, il restante 1 *r* m̄ 12. sarà la minore; hora fra 1 *r.* & 1 *r* m̄ 12. deue essere la proporrione, che è da 3. à 2. però moltiplicando il primo antecedente 1 *r.* per il secondo consequente 2. il prodotto, che è 2 *r.* deue essere eguale à quello, che si produce moltiplicando il primo consequente 1 *r* m̄ 12. con il secondo antecedente 3. qual prodotto è 3 *r* m̄ 36. perilche haueremo 2 *r.* eguale à 3 *r* m̄ 36. onde accommodato il m̄, & leuato 2 *r.* da ciascuna banda, haueremo 36. eguale ad 1 *r.* & però la *r.* valerà 36. & questo 36. è la quantità maggiore posta 1 *r.* dalla quale cauato 12. differenza data loro, il restante 24. sarà la quantità minore, alla quale 24. la 36. hà bene la proportione

di 3. à 2. (denominata da $1\frac{1}{2}$.) come ſi ricerca (che anco à partire 36. antecedente per 24. conſequente, ne vicne $1\frac{1}{2}$. denominatore della proportione, che hà la maggiore 36. alla minore 24.) Regola.

Per eſtraherne la regola numerale conſideraremo, che eſſendo peruenuti à $3\ r\ \tilde{m}\ 36$. eguale à $2\ r$. cioè à $3\ r$. eguale à $2\ r\ \tilde{p}\ 36$. il 3. & il 2. numero delle r. ſono i termini 3. & 2. dati della proportione, che hà la maggior quantità alla minore, & ſi caua il minor termine 2. dal maggiore 3. & reſta la differenza loro 1. che è $1\ r$. eguale al numero 36. qual 36. vediamo eſſere il prodotto deriuante dal moltiplicare 12. differenza data delle due quantità, con 3. termine maggiore delli dui 3. & 2. della proportione, che hà la maggiore alla minore, & eſſo prodotto 36. partito per 1. differenza d'eſſi dui termini, cioè quello, in che il maggiore ſupera il minore, l'auuenimento 36. è anco la quantità maggiore, però per regola ſi potrà dire. Moltiplichiſi la differenza data delle due quantità con il termine maggiore delli dui dati moſtranti la proportione loro, & il prodotto ſi parta per la differenza d'eſſi dui termini, che l'auuenim. ſarà la quantità maggiore.

Che ſe la differenza data di due quantità fuſſe poniamo 7. & la proportione della maggiore alla minore tripla ſuper quinque partiens una, cioè, che hà per denominatore $3\frac{1}{5}$. & per termini può hauere 32. & 9. noi per trouare eſſe due quantità moltiplicareſſimo 7. differenza data per 32. termine maggiore, & il prodotto 224. ſi partiria per 23. in che il 32. termine maggiore ſupera il 9. termine minore, cioè per 23. differenze de' dui termini, & l'auuenimento $\frac{224}{23}$. cioè $9\frac{17}{23}$. ſaria la maggiore quantità, onde la minore ſaria 7. di manco, cioè ſaria $2\frac{17}{23}$. & ben ſi vede, che $9\frac{17}{23}$. à $2\frac{17}{23}$. cioè $\frac{224}{23}$. à $\frac{63}{23}$. ò vogliamo dire (laſſando i denominatori 23. poiche è vn'iſteſſo numero) 224. à 63. hà la proportione data di 32. à 9. cioè di $3\frac{1}{5}$. perche partendo 224. antecedente per 63. conſequente, ne viene $3\frac{57}{63}$. cioè $3\frac{1}{5}$. come conuiene, ò vogliamo dire, perche 224. antecedente contiene il 32. antecedente 7. volte, come anco il 63. conſequente contiene le medeſime 7. volte il 9. conſequente, & però il prodotto di 224. via 9. è quanto il prodotto di 63. via 32. Non ſi marauigli lo Studente ſe mi dilato molto in queſte Operationi, & Regole loro (quali anco col ſimplice giudicio naturale ſi potriano eſequire) perche lo fò, acciò egli ſi facci pratico, & accorto nelli diuerſi modi d'operare, & dell'eſtraherne le diuerſe Regole da eſſi, delle quali Regole potrà anco hauere molto beneficio nelle Operationi occorrenti dell'Algebra, potèdoſi elle applicare à qual ſi voglia ſorte di quantità, che per eſempio dicendoſi, Di due quantità la differenza è $5\ z\ \tilde{p}\ 6\ r\ \tilde{m}\ 4$. & la proportione della maggiore alla minore è come da 8. à 3. ſi domanda ciaſcuna di loro, noi hauendo trouata la particolar Regola à ſimili queſiti, moltiplicaremo la differenza data delle due quantità, cioè $5\ z\ \tilde{p}\ 6\ r\ \tilde{m}\ 4$. per 8. termine maggiore della proportione d'8. à 3. & produce $40\ z\ \tilde{p}\ 48\ r\ \tilde{m}\ 32$. qual prodotto partiremo per la differenza d'eſſi dui termini 8. & 3. cioè $\tilde{p}\ 5$. & ne viene $8\ z\ p\ 9\frac{1}{5}\ r\ \tilde{m}\ 6\frac{2}{5}$. & queſto auuenimẽto è la maggiore delle due quantità cercate, Dalla quale cauando $5\ z\ \tilde{p}\ 6\ r\ \tilde{m}\ 4$. differenza data loro, reſta $3\ z\ \tilde{p}\ 3\frac{1}{5}\ r\ \tilde{m}\ 2\frac{2}{5}$. il che è la quantità minore, & ben ſi vede eſſe due quantità hauere la proportione data da 8. à 3. perche moltiplicata la maggiore per 3. termine minore produce $24\ z\ \tilde{p}\ 28\frac{4}{5}\ r\ \tilde{m}\ 19\frac{1}{5}$. come anco è il prodotto, che naſce à moltiplicare la minore per 8. termine maggiore; ò vogliamo dire, perche à partire la maggiore per $2\frac{2}{5}$. denominatore della proportione data di 8. à 3. ne naſce la minore: ò perche à moltiplicare la minore per $2\frac{2}{5}$. denominatore della proportione data di 8. à 3. ne deriua la maggiore.

Similmente dicendoſi, Sono due monete, l'vna delle quali vale lire 1. & ſoldi 8. più dell'altra, & 16. delle maggiori ſono, ò vagliono quanto 23. delle minori, ſi domanda quanto vale ciaſcuna di loro, Noi di quì conoſciamo, che ſi hanno due quantità, ò valute, la differenza delle quali è ſoldi 28. & la proportione loro, cioè della maggiore alla minore è come da 23. à 16. onde per trouare ciaſcuna valuta da ſe; Moltiplicaremo 28. ſoldi differenza loro per 23. termine maggiore della proportione, che è dalla maggiore alla minore, & il prodotto, che è 644. ſoldi partiremo per 7. differenza de' dui termini detti 23. & 16. & ne viene 92. ſoldi, & queſto è il valore della moneta maggiore, dal quale cauato ſoldi 28. differenza delle due valute, reſta ſoldi 64. che è il valore della moneta minore, perilche diremo l'vna valere lire 4. & ſoldi 12. & l'altra lire 2. & ſoldi 4.

Ancora dicendoſi d'vn'ordinanza quadrangola di gente, ò d'vn'allegiamento loro, ò d'vn Campo, orto, ò altro ſito, la longhezza è canti, ò piedi, ò tauole, o braccia 48. più della larghezza, & eſſa longhezza è volte $1\frac{4}{7}$. quanto la larghezza, ſi domandano eſſe longhezza, & larghezza diſtintamente, Noi ſimilmente, perche i termini della proportione data ſono $1\frac{4}{7}$. & 1. ouero ridotti ad intieri poſſono eſſere 9. & 5. moltiplicaremo 48. differenza data via 9. termine maggiore, & il prodotto 432. partiremo per 4. differenza d'eſſi termini 9. & 5. che l'auuenimento 108. ſara la quantità maggiore, cioè la longhezza, onde la larghezza, che è 48. di manco, verrà ad eſſere 60.

Et ſe da principio hauesſimo poſto non la maggiore delle due quantità, ma la minore eſſere $1\ r$. à queſto giunto 12. differenza data loro, la ſomma $1\ r\ \tilde{p}\ 12$. ſaria la maggiore, fra la quale, & la minore $1\ r$. deue eſſere la proportione di R 3. ad S 2. denominata da $1\frac{1}{2}$. però con queſto denominatore $1\frac{1}{2}$. moltiplicando la minore $1\ r$. il prodotto $1\frac{1}{2}\ r$. douerà eſſere la maggiore, ma ella

ſi vede

ſi vede eſſere 1 ꝛ p̃ 12. però 1½ ꝛ. è eguale à 1 ꝛ p̃ 12. cioè ½ ꝛ. è eguale à 12. però partito 12. per ½. numero delle ꝛ. l'auuenimento 24. ſarà il valore della ꝛ. Ouero hauendo 1 ꝛ. per la minore, & 1 ꝛ p̃ 12. per la maggiore, che deueno hauere la proportione di 2. à 3. *(la minore cioè alla maggiore, poiche conuerſamente la maggiore alla minore è come di 3. à 2.)* moltiplicando la minore per 3. & la maggiore per 2. i dui prodotti 3 ꝛ. & 2 ꝛ p̃ 24. ſaranno eguali fra loro, onde leuando 2 ꝛ. da ciaſcuna banda, haueremo 1 ꝛ. eguale à 24. & però la ꝛ. valerà 24. onde la minore quãtità poſta 1 ꝛ. ſarà 24. & la maggiore ſarà 12. di più differenza data loro, cioè ſarà 24 p̃ 12. che è 36. Hora, perche nell'Equatione di 3 ꝛ. eguale à 2 ꝛ p̃ 24. il 3. & il 2. numeri delle ꝛ. ſono li dui termini 3. & 2. della proportione, che hà la maggiore quantità alla minore, & il numero 24. è quel prodotto, che naſce à moltiplicare 12. differẽza data delle due quantità via 2. termine minore delli dui 3. & 2. qual prodotto 24. ſi parte ſempre per la differenza d'eſſi termini, che hora è 1. & l'auuenimento 24. moſtra la minore delle due quantità, ſi vede, che da queſto operare Algebratico, ò Coſſico può deriuare la Regola numerale dicendo. Regola.

Moltiplichiſi la differenza data delle due quantità via il termine minore delli dui continẽti la proportione data delle due quantità, & il prodotto ſi parta per la differenza d'eſſi dui termini, che l'auuenimento ſarà la quantità minore.

Ancora hauendo poſto la minor quantità eſſere 1 ꝛ. la maggiore, che deue eſſere volte 1½ quanto la minore *(acciò che la proportione della maggiore alla minore ſia la data da 3. à 2. il denominatore della quale è 1½.)* ſarà 1½ ꝛ. ma deue anco eſſere 12. di più della minore, cioè deue eſſere 1 ꝛ p̃ 12. però ſi haurà 1½ ꝛ. eguale ad 1 ꝛ p̃ 12. & però ½ ꝛ. eguale à 12. cioè 1 ꝛ. eguale à 24. come prima, onde la ꝛ. valerà 24. & perciò 24. ſarà la quantità minore poſta 1 ꝛ.

Ma auuertaſi, che per ſchiuare numeri rotti, in vece del denominatore della proportione data, che può eſſere come hora, che nõ ſia intiero, noi potremo nella poſitione adoprare i dui termini intieri continenti la proportione data, cioè dicendoſi ella eſſere come da R 3. ad S 2. che è quanto il dire, che quando la maggiore ſia 3. la minore è 2. noi potremo, adoprando gl'iſteſſi termini nella poſitione, ponere che la maggior quantità ſia 3 ꝛ. & la minore 2 ꝛ. la differenza loro è 1 ꝛ. però 1 ꝛ. ſarà eguale à 12. differenza data, onde partẽdo 12. per 1. numero delle ꝛ. l'auuenimento 12. ſarà il valore della ꝛ. perilche le due quantità poſte eſſere 3 ꝛ. & 2 ꝛ. valeranno 3. volte, & 2. volte il 12. ò vogliamo dire, però le 3 ꝛ. & 2 ꝛ. valerãno 36. & 24. onde le due quantità poſte eſſere 3 ꝛ. & 2 ꝛ. ſarãno 36. & 24. Et così, perche il 12. valore della ꝛ. è ſempre quello, che naſce à partire 12. differenza data delle due quantità per la differenza de' dui termini 3. & 2. della proportione loro, & con l'auuenimento 12. moltiplicando i dui termini iſteſſi 3. & 2. i prodotti 36. & 24. ſono le due quantità cercate, Se di qui vorremo eſtrahere la Regola numerale, potremo dire. Regola. Partaſi la differenza data delle due quantità per la differenza de i dui termini della proportione loro, & con l'auuenimento ſi moltiplichino eſſi dui termini, che i dui prodotti ſaranno le due quantità cercate.

Terza. Data la ſomma di due quantità, & la proportione loro trouare eſſe due quantità.

SIa la ſomma delle due quantità S 60. & la proportione loro come da P 2. ad R 3. Per trouare diſtintamente le due quantità potremo ponere elle eſſere A 2 ꝛ. & B 3 ꝛ. la ſomma delle quali è 5 ꝛ. però è eguale ad S 60. ſomma data, onde la ꝛ. valerà 12. perilche A 2 ꝛ. & B 3 ꝛ. valeranno 24. & 36. & perciò 24. & 36. ſaranno le due quantità poſte 2 ꝛ. & 3 ꝛ.

Quì anco come nella ſuperiore ſeconda Operatione ſi potria fare la poſitione in altri modi, che poſta la quantità maggiore eſſere 1 ꝛ. la minore ſaria il reſto fino à 60. ſomma loro, cioè ſaria 60 m̃ 1 ꝛ. Ouero poſto non la maggiore, ma la minore eſſere 1 ꝛ. la maggiore poi ſaria pure il reſto fino à 60. cioè 60 m̃ 1 ꝛ. Et così ſeguire peruenendo all'Equatione; Ouero fare la poſitione in altri modi, & da ciaſcun d'eſſi deriuarne la ſimplice Regola numerale *(& anco la lineale come ſi moſtra nella mia Algebra lineale, & in altre mie Opere)* ma io per breuità ne laſſarò la cura allo Studente sì per eſſere facili, hauendogliene moſtrato il modo, sì perche egli habbi occaſione d'eſercitarſi, & farſi eſperto, & così nelle ſeguenti Operationi procederò ſuccintamente, per la iſteſſa cauſa.

Quarta. Date due quantità ſcarſe, cioè ciaſcuna d'eſſe minore d'vna vera quantità incognita V, & data la proportione della ſcarſità d'eſſe quantità, cioè la proportione, che hà la ſcarſità, ò deficienza dell'vna dal vero; alla ſcarſità, ò deficienza dall'iſteſſo vero incognito dell'altra, trouare la vera quantità.

SIANO le due quantità ſcarſe, ò minore del vero incognito A 54. & B 58. & la proportione della ſcarſità di A, alla ſcarſità di B, come S 5. à D 3.

Per trouare la vera quantità incognita, Pono la ſcarſità di A, eſſere 1 *r.* però la ſcarſità di B, ſarà $\frac{3}{5}$ *r.* accioche da 1 *r.* à $\frac{3}{5}$ *r.* ſia come da S 5. à D 3. ò per ſchiuar rotti Pono la ſcarſità di A, eſſere 5 *r.* che perciò la ſcarſità di B, ſara 3 *r.* quali ſcarſità gionte alle ſue quantità deficienti, ò ſcarſe, cioè ad A 54. le S *r.* & à B 58. le 3 *r.* ciaſcuna delle due ſomme douerà eſſere la vera quantità, & però eſſe due ſomme, che ſono 54 p̄ 5 *r.* & 58 p̄ 3 *r.* douerannno eſſere eguali fra loro, onde da ciaſcuna di loro leuato 54. & 3 *r.* haueremo 2 *r.* eguale à 4. però la *r.* valerà 2. & cosi il defetto, ò ſcarſità d'A, poſto 5 *r.* ſarà 10. che giunto ad A 54. la ſomma 64. verrà ad eſſere la vera quantità, ò mediante B, il ſuo defetto, ò ſcarſità poſto 3 *r.* ſarà 6. che giunto à B 58. fà pure 64. per la vera quantità.

Conſiderando mò queſta Operatione doue ſi perviene à 2 *r.* eguale à 4. & vedendo, che il 4. è ſempre la differenza delle due quantità ſcarſe date A, & B, & il 2. numero delle *r.* con il quale ſi parte eſſo 4. per trouare dall'auuenimento il valore della *r.* è ſempre la differenza delli dui termini S, & D, dati, moſtranti la proportione delle due ſcarſità, col quale auuenimento ſi moltiplica il termine maggiore S, & il prodotto ſi giunge alla quantità ſcarſa minore, che il prodotto è la vera quantità; ouero con il quale auuenimento ſi moltiplica il termine minore, & il prodotto ſi giunge alla quantità ſcarſa maggiore, che il prodotto è la vera quantità; noi potremo eſtraherne la ſemplice regola numerale dicendo. Regola.

Con la differenza dei dui termini moſtranti la proportione della ſcarſità delle due quantità dalla vera, ſi parta la differenza delle due quantità ſcarſe, & con l'auuenimento ſi moltiplichino i dui termini detti della proportione della ſcarſità, che i dui prodotti ſaranno i dui difetti, ò ſcarſezze, che giunta la maggiore ſcarſezza alla minor quantità ſcarſa delle due date, ò gionto la minore ſcarſezza alla maggiore quantità ſcarſa, qual ſi vogli delle due ſomme *(che ſaranno eguali)* ſarà la quantità vera.

Ancora ſe poneſſimo la quãtità vera eſſere 1 *r.* cauandone A 54. quantità ſcarſa minore delle due ſcarſe date, il reſtante 1 *r* m̄ 54. verrà ad eſſere il defetto, ò ſcarſezza maggiore, & dalla medeſma quantità vera 1 *r.* cauando B 58. quantita ſcarſa maggiore, il reſtante 1 *r* m̄ 58. verria ad eſſere la ſcarſezza minore, & perche la proportione delle due ſcarſezze, cioè dalla maggiore alla minore, deue eſſere come da S 5. à D 3. ſappiamo, che da 1 *r* m̄ 54. ad 1 *r* m̄ 58. è come da 5. à 3. cioè, che 5. 3. 1 *r* m̄ 54. & 1 *r* m̄ 58. ſono quattro quantità proportionali, perilche il prodotto dalle due eſtreme, cioè dalla prima 5. nella quarta 1 *r* m̄ 58. deue eſſere eguale al prodotto dalle due medie, cioè dalla ſeconda 3. nella terza 1 *r* m̄ 54. ò vogliamo dire, perilche il prodotto dal primo antecedẽte nel ſecondo conſequente deue eſſere eguale al prodotto dal primo conſequente nel ſecondo antecedente, ò vogliamo dire, perilche il prodotto dal termine maggiore delli dui dati nella minor ſcarſezza trouata, deue eſſere eguale al prodotto dal termine minore nella maggior ſcarſezza trouata, cioè l'vn prodotto 5 *r* m̄ 290. ſarà eguale all'altro prodotto 3 *r* m̄ 162. onde accommodati li m̄, haueremo 5 *r* p̄ 162. eguale à 3 *r* p̄ 290. che leuato 162. & 3 *r.* da ciaſcuna banda, ſi haverà 2 *r.* eguale à 128. perilche partendo 128. per *r.* numero delle *r.* l'auuenimento 64. ſarà il valore della *r.* & però ſarà anco la quantità vera cercata poſta 1 *r.* Si può mo da q̃ſta Operatione dedurre la ſimplice Regola numerale dicẽdo. Reg.

Moltiplichiſi il termine maggiore delli dui moſtrãti la proportione data delle due ſcarſezze, via la quantità ſcarſa maggiore, & il prodotto ſi caui dal prodotto, che naſce à moltiplicare il termine minore via la quantità ſcarſa minore, & il reſtante ſi parta per la differenza de i dui termini detti, che l'auuenimento ſarà la quantità vera.

Et perche il dutto di 5. via 58. è quanto il dutto di 5. via 54. & via 4. componenti il 58. & il dutto di 5. via 54. è quanto il dutto di 3. & 2. componenti il 5. in 54. cioè il dutto di 5. via 58. ſi compone da tre dutti partiali, che ſono di 3. in 54. di 2. in 54. & di 5. in 4. da queſti leuato il dutto di 3. in 54. che è il dutto del termine minore nella quantità ſcarſa minore, reſtarãno i dui dutti di 2. *(differenza de' termini 5. & 3.)* in 54. *(quantità minore)* & di 5. *(termine maggiore)* in 4. *(differenza delle due quantità ſcarſe 54. & 58.)* onde ſi può dire.

Moltiplichiſi la quantità minore per la differenza de i dui termini, & al prodotto ſi giunga il dutto del termine maggiore via la differenza delle due quantità, & la ſomma ſi parta per la differenza de i dui termini, che l'auuenimento ſarà la quantità vera.

Quinta. Date due quantità ſoprabondanti, cioè ciaſcuna di loro eccedente, ò maggiore d'vna vera quantità incognita, & data la proportione delli dui eccęſsi loro, trouare la vera quantità.

SIANO le due quantità eccedenti A 72. & B 70. & la proportione delli dui loro eccesſi come da E 4. à G 3.

Per trouare la vera quãtità, Pono l'eccesſo di A 72. maggiore eſſere 4 *r.* che perciò la quantità vera ſarà 72 m̃ 4 *r.* & l'eccesſo di B 70. minore ſaria 3 *r.* che perciò la quantità vera ſarà 70 m̃ 3 *r.* onde haueremo 72 m̃ 4 *r.* eguale à 70 m̃ 3 *r.* che accommodato il m̃, ſarà 72 p̃ 3 *r.* eguale à 70 p̃ 4 *r.* onde lenato 3 *r.* & 70. da ciaſcuna banda, ſi haueràà 2. eguale ad 1 *r.* perilche la *r.* valerà 2. & così l'eccesſo di A, poſto 4 *r.* ſarà 8. che cauato da eſſo A 72. reſta 64. che è la vera quantità. Ouero, & così l'eccesſo di B, poſto 3 *r.* ſarà 6. che cauato da eſſo B 70. reſta pure 64. che è la vera quantità.

Regola.

Con la differenza dei dui termini della proportione delli eccesſi ſi parta la differenza delle due quantità eccedenti, & l'auuenimento ſi moltiplichi via il termine maggiore, & il prodotto ſi cani dalla quantità eccedente maggiore, che il reſtãte ſarà la quantità vera. Ouero, & l'auuenimento ſi moltiplichi via il termine minore, & il prodotto ſi caui dalla quantità eccedente minore, che il reſtante ſarà la quantità vera.

Et ſe ponesſimo la quantità vera eſſere 1 *r.* cauandola da 72. quantità maggiore eccedente il reſtante 72 m̃ 1 *r.* ſaria l'eceſſo d'eſſo 72. Ancora cauando detta 1 *r.* quantità vera dall'altra quantità eccedente 70. il reſtante 70 m̃ 1 *r.* ſaria l'eccesſo del 70. quali dui eccesſi 72 m̃ 1 *r.* maggiore, & 70 m̃ 1 *r.* minore deuono hauere la proportione data di 4. à 3. però il prodotto di 72 m̃ 1 *r.* via 3. deue eſſere eguale al prodotto di 70 m̃ 1 *r.* via 4. cioè 216 m̃ 3 *r.* deue eſſere eguale à 280 m̃ 4 *r.* onde accõmodato il m̃, ſi haueràà 216 p̃ 4 *r.* eguale à 280 p̃ 3 *r.* (*ò vogliamo dire* 216 p̃ 1 *r.* *eguale à* 280.) & lenato 216 p̃ 3 *r.* da ciaſcuna banda, ſi haueràà 1 *r.* eguale à 64. & però la *r.* valerà 64. che è la quantità vera poſta 1 *r.*

Regola.

Moltiplichiſi il termine maggiore della ꝓportione data delli eccesſi via la quantità maggiore delle due date eccedenti, & anco ſi moltiplichi il termine minore via la quantità maggiore, & la differenza delli dui prodotti ſi parta per la differenza delli dui termini dati, che l'auuenimento ſarà la quantità vera.

Auuertaſi, che quando nell'ǒperare le regole numerali nelli queſiti, elle non ſi poteſſero eſequire, ò eſequendole, ne ſuccedeſſe qualche abſordo, ò impoſsibilità, queſto ſaria ſegno, che *(hauendo però operato bene, cioè non hauendo errato nella regola, ò eſecutione d'eſſa)* il queſito, ò domãda ſtante come ella ſi proponeſſe fuſſe impoſsibile à riſoluere, Che per eſempio dicendoſi. Di due quantità eccedenti il vero, la maggiore è 96. & la minore 70. & la proportione delli eccesſi è come da 4. à 3. ſi domanda la vera quantità. Noi operando, ſecondo che inſegna la Regola ſoprapoſta, Moltiplicaremo 4. termine maggiore via 70. quantità eccedente minore, & fà 280. & anco moltiplicaremo 3. termine minore via 96. quantità eceedente maggiore, & fà 288. la differenza di queſti dui prodotti 280. & 288. è 8. quale ſi hà da partire per la differenza de' termini 4. & 3. qual differenza è 1. & ne viene 8. & queſto 8. ſi diria eſſere la quantità vera, onde cauatala da 96. l'eccesſo d'eſſo 96. ſaria 88. & cauata la medeſima quantità 8. da 70. l'eccesſo d eſſo 70. ſaria 62. ma queſti dui eccesſi 88. & 62. non hanno la preciſe proportione data di 4. à 3. *(che eſſendo 88. il maggiore, l'altro douería eſſere 66. & non 62. ouero eſſendo 62. il minore, l'altro douería eſſere 86⅔. & non 88.)* perilche ſi vede, che ſi peruerria à dire, che da 88. à 62. fuſſe la proportione, che è da 4. à 3. il che è abſordo, ò impoſsibile, Hor dico, che di quì ſi vede eſſere anco impoſsibile quello, che conduce à queſta impoſsibilità, cioè, che ſi poſſono trouare due quantità eccedenti il vero, che eſſendo l'vna 96. & l'altra 70. la proportione delli eccesſi loro ſia come da 4. à 3. L'Algebra mò ci fà ben conoſcere, & l impoſsibilità del queſito, & la cauſa d'eſſa impoſsibilità, che in eſſo ponendo la quantità vera eſſere 1 *r.* queſta cauata da 96. & da 70. quantità dati eccedenti, li reſtaoti 96 m̃ 1 *r.* & 70 m̃ 1 *r.* ſono li eccesſi, quali douendo hauere la proportione data di 4. à 3. ne ſegue, che il prodotto da 4. termine maggiore in 70 m̃ 1 *r.* eccesſo minore, deue eſſere eguale al prodotto da 3. termine minore in 96 m̃ 1 *r.* eccesſo maggiore,

giore, cioè, che 280 m 4 r. sia eguale à 288 m 3 r. onde accommodati li m. si haurà 280 p 3 r. eguale à 288 p 4 r. & leuato 280 p 3 r. da ciascuna banda, si haurà 8 p 1 r. eguale à niente, il che è impossibile, poiche quando anco 1 r. fusse, ò valesse niente, il solo 8. accompagnatoli è qualche cosa, & però non può essere eguale à niente; Dal che si concluderia il quesito essere impossibile, stante come egli si propone; La causa di questa impossibilità si vrde essere, che nell'hauere 280 p 3 r. eguale à 288 p 4 r. nel 280 p 3 r. non solo il numero 280. è minore del numero 288. dall'altra banda, ma anco il 3. numero delle r. è minore del 4. numero delle r. dall'altra banda istessa, onde da ciascuna banda leuãdo il minor numero delli dui 280. 288. & anco il minor numero delle r. delli dui 3 r. 4 r. cioè leuando 280. & 3 r. da ciascuna banda, si viene à leuare ogni cosa dalla prima banda, onde vi resta solo niente, & dall'altra banda restaria qualche cosa, cioè 8 p 1 r. al quale douería essere eguale il niente, il che è inconueniente; Poiche, acciò si possa trouare la valuta della r. in questi casi, conuerria, che se da vna banda è solo numero, dall'altra fussero r. il che, acciò possa auuenire, conuiene, che nell'Equatione, alla quale si peruiene al numero maggiore, sia accompagnato il minor numero, ò quantità delle r. & che perciò al numero minore sia accompagnato il maggior numero, ò quantità delle r. cioè, che non al 280. fussero accompagnate le 3 r. ma al 288. & si haueſſe 280 p 4 r. eguale à 288 p 3 r. acciò allhora cauato 280. & 3 r. da ciascuna banda, dall'vna restasse 1 r. & dall'altra 8. che così la r. valeria 8. Et per trouare quesito doue possa occorrere questa Equatione, cioè di 288 p 4 r. eguale à 288 p 3 r. vedendo, che le p 4 r. & le p 3 r. nascono dalla transpositione delle m r. che douẽtano p. nelle due quantità dell'Equatione, mentre si accommodano li m, sapremo, che auanti si veniua ad hauere 280 m 3 r. eguale à 288 m 4 r. & ancora il 280 m 3 r. deue nascere dal moltiplicare l'vno eccesso per 3. vno de' termini della proportione data, onde partendo questo 280 m 3 r. per 3. l'auuenimento $93\frac{1}{3}$ m 1 r. douerà essere l'vno delli eccessi. & perche egli nasce dal cauare la quantità vera posta 1 r. dall'vna delle quantità date eccedenti, ella verra ad essere la somma di esso $93\frac{1}{3}$ m 1 r. eccesso, con 1 r. quantità vera, che fà $93\frac{1}{3}$. Et similmente il 288 m 4 r. deue nascere dal moltiplicare l'altro eccesso per 4. che è l'altro termine della proportione delli eccessi, onde partendo 288 m 4 r. per 4. l'auuenimento 72 m 1 r. douerà essere l'altro eccesso, al quale giunto 1 r. quantità vera, la somma 72. sarà l'altra quantità eccedente. Et così dicendosi. Di due quantità eccedenti il vero, l'vna è $93\frac{1}{3}$. & l'altra 72. & la proportione delli dui eccessi loro è come da 4. à 3. Allhora mediante la Regola si trouaria la quantità vera essere 8. & però li dui eccessi sariano $85\frac{1}{3}$. & 64. quali hanno bene la proportione di 4 à 3. come si ricerca.

Si può anco auuertire, che in simili casi possibili conuien sempre, che à moltiplicare il maggior termine delli dui mostranti la proportione delli eccessi via la quãtità minore delle due eccedenti, il prodotto sia maggiore di quello, che nasce à moltiplicare il termine minore via la quantità maggiore delle due eccedenti Et se auueniſſe, che essi dui prodotti detti fussero eguali fra loro, che perciò il valore della r. sarebbe niente *(come occorrerebbe dicendo, Di due quantità eccedenti l'vna è 80. & l'altra è 60. & la proportione delli eccessi loro è come da 4. à 3. Allhora posta la quantità vera essere 1 r. li dui eccessi sariano 80 m 1 r. & 60 m 1 r. che moltiplicati il maggiore per 3. termine minore, & il minore per 4. termine maggiore, i dui prodotti 240 m 3 r. & 240 m 4 r. sariano eguali fra loro, che accommodati li m, si haueria 240 p 4 r. eguale à 240 p 3 r. & però si haueria finalmente 1 r. eguale à niente, perilche la r. valeria niente)* allhora la quantità vera verria ad essere niente, & il quesito infruttuoso, onde sij accorto lo Studente in considerare giudiciosamente i quesiti, che egli desse ad altri, ò gli fussero dati da altri, perche l'Arte senza il giudicio, ò il giudicio senza l'Arte, vengono ad essere di poco profitto.

Sesta. Date due quantità l'vna deficiente, ò scarsa, & l'altra eccedente il vero, & la proportione del defetto, ò scarsezza all'eccesso, trouare la quantità vera.

SIANO le due quantità D. deficiente 48. & E. eccedente 60. & la proportione della deficienza, ò scarsezza di D. alla eccedenza di E. sia come da 7. à 5.

Per trouare la qnantità vera potremo *(seruendoci per commodità delli termini dati)* ponere, che la scarsezza di D 48. sia 7 r. & che la eccedenza di E 60. sia 5 r. che così à 48. giunto le 7 r. la somma 48 p 7 r. sarà la quantità vera, & anco da 60. leuato le 5 r. il restante 60 m 5 r. sarà pure anco la quantità vera, onde 48 p 7 r. sarà eguale à 60 m 5 r. & accommodato il m, si haurà 48 p 12 r. eguale à 60. che leuato il minor numero 48. da ciascuna banda, si haurà finalmente 12 r. eguale à 12. & la r. valerà 1. perilche la scarsezza di 48. posta essere 7 r. sarà 7. che giunto ad esso 48. la somma 55. sarà la vera quantità. Ouero, perilche la eccedenza di 60. posta 5 r. sarà 5.

che ca-

che cauato da esso 60. il restante 55. sarà la vera quantità. Regola.

Cauisi la qnantità scarsa dalla eccedente, & il restante si parta per la somma de i dui termini mostranti la data proportione, che hà la scarsezza dell'vna quantità alla eccedenza dell altra, & con l'auuenimento si moltiplichi il termine della scarsezza, ò vogliamo dire il primo termine delli dati, che il prodotto sarà la scarsezza della scarsa, quale si giunga alla quantità scarsa, che la somma sarà la quantità vera, Ouero, & con l'auuenimento si moltiplichi il termine della eccedenza, ò secondo delli dui dati, che il prodotto sarà la eccedenza della quantità eccedēte, quale eccedenza si caui dalla quantità eccedente, che il restante sarà la quantità vera.

Et se bene si potria con manco numero di parole descriuere questa Regola dicendo. Partasi la differenza delle due quantità per la somma de i dui termini, & con l'auuenimento si moltiplichino essi dui termini, & de i prodotti giunto il primo alla quantità deficiente, & il secondo cauato dalla quantità eccedente, ciascuno de i dui resultāti *(che saranno eguali)* mostrarà la quantità vera. Io nondimeno, acciò gli Studenti intendano facilmente qnanto bisogna, piglio fatica di scriuere diffusamente quello, che occorre; potranno essi poi, fatta bastenole intelligenza, notarsi succintamente quelle Regole, ò altro, che vorranno.

Et se ci piacerà di ponere, che la quantità vera sia 1 *r.* cauandone 48. quantità deficiente, il restante 1 *r* m̃ 48. sarà il defetto, ma cauādo poi essa quantità vera 1 *r.* da 60. quantità eccedente, il restante 60 m̃ 1 *r.* sarà l'eccesso, & perche il defetto all'eccesso si dice hauere la proportione di 7. à 5. sapremo, che da 1 *r* m̃ 48. à 60 m̃ 1 *r.* è come da 7. à 5. onde moltiplicando 1 *r* m̃ 48. primo via 5. termine secondo, & 60 m̃ 1 *r.* secondo via 7. termine primo, li dui prodotti 5 *r* m̃ 240. & 420 m̃ 7 *r.* saranno eguali fra loro, & accommodati li m̃. haueremo 12 *r.* eguale à 660. onde partito 660. per 12. numero delle *r.* l auuenimento 55. sarà il valore della *r.* & però la quantità vera sarà 55. Regola.

Moltiplichisi la prima quantità via il secondo termine, & la seconda quantità via il primo termine, & la somma delli dui prodotti si parta per la somma delli dui termini, che l'auuenimento sarà la quantità vera.

Si può notare, che le tre superioti Operationi Quarta, Quinta, & Sesta, doue sono nella Quarta due quantità deficienti, & nella Quinta due quantità eccedenti, & nella Sesta vna quantità deficiente, & vna quantità eccedente, dandosi la proportione della deficienza alla deficienza nella Quarta, & della eccedenza alla eccedenza nella Quinta, & della deficienza alla eccedenza nella Sesta, vengono ad essere alla similitudine della falsa positione doppia Aritmetica, doue si opera con il più, & con il meno, & quello, che per essa doppia positione falsa si troua, si può anco trouare con la positione Algebratica facilmente, ponendo la quantità vera cercata essere 1 *r.* & si peruiene sempre ad Equatione semplice di *r.* eguale à numero.

Settima. Data vna quantità diuiderla in dui pezzi tali, che vna posta parte dell'vn pezzo giunta ad vna posta parte dell'altro pezzo, facci vna somma prescritta.

SIa Q 30. da diuidere in due pezzi tali, che l'$\frac{1}{3}$. dell'vno giunto all'$\frac{1}{4}$. dell'altro facci 9. Pono l'vn pezzo essere 1 *r.* & l'altro il resto fino à 30. cioè 30 m̃ 1 *r.* & preso l'$\frac{1}{3}$. d'1 *r.* & l'$\frac{1}{4}$. di 30 m̃ 1 *r.* che sono $\frac{1}{3}$ *r* & $7\frac{1}{2}$ m̃ $\frac{1}{4}$ *r.* & ginnti insieme fanno $7\frac{1}{2}$ p̃ $\frac{1}{12}$ *r.* il che è eguale al 9. prescritto, onde leuato $7\frac{1}{2}$. da ciascuna banda, haueremo $\frac{1}{12}$ *r.* eguale à $1\frac{1}{2}$. & però partito $1\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{12}$. numero delle *r.* che ne viene 18. questo sarà il primo pezzo, cioè quello, di che si piglia l'$\frac{1}{3}$. & il resto fino à 30. che è 12. sarà l'altro pezzo, di che si piglia l'$\frac{1}{4}$. che così l'$\frac{1}{3}$. di 18. & $1\frac{1}{4}$ di 12. cioè 6. & 3. fanno in somma 9. come bisogna.

Notisi, che per schiuar parte de i rotti, potressimo, trouaro vn numero intiero, che habbi le proposte parti $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. in intieri, & potrà essere 60. ò 24. ò il più piccolo 12. *(che si troua à moltiplicare fra loro i dui denominatori 3. & 4. delle parti proposte)* potressimo dico ponere, che l'vn pezzo del 30. fusse 12 *r.* & però l'altro saria 30 m̃ 12 *r.* che l'$\frac{1}{3}$. del ptimo, & l'$\frac{1}{4}$. del secondo, che sono 4 *r.* & $7\frac{1}{2}$ m̃ 3 *r.* fanno in somma 1 *r* p̃ $7\frac{1}{2}$. & questo sarà eguale à 9. cioè *r.* sarà eguale ad $1\frac{1}{2}$. però la *r.* valerà $1\frac{1}{2}$. onde le 12 *r* poste essere il primo pezzo importaranno 18. che sarà il primo pezzo, & però 12. sarà il secondo.

Et perche vediamo il 30. che non hà l'$\frac{1}{4}$. in intieri, ma hà bene l'$\frac{1}{3}$. in intieri, & è 10. se poneremo non il secondo pezzo di che si piglia l'$\frac{1}{4}$. ma il primo di che si piglia l'$\frac{1}{3}$. essere 30 m̃ 12 *r.* & però il secondo essere 12 *r.* presi l'$\frac{1}{3}$. di 30 m̃ 12 *r.* & l'$\frac{1}{4}$. di 12 *r.* che sono 10 m̃ 4 *r.* & 3 *r.* questi giunti insieme fanno 10 m̃ 1 *r.* il che è eguale à 9. onde giunto 1 *r.* & cauato 9. da ciascuna banda haueremo 1. eguale ad 1 *r.* però la *r.* valerà 1. & li pezzi posti 30 m̃ 12 *r.* & 12 *r.* saranno 30 m̃

12. & 12.

12. & 12. cioè 18. & 12. Et ſe poſto l'vn pezzo *(& ſia il primo)* eſſere 1 *r.* ò 12 *r.* come ci piaccia, poniamo 12 *r.* & ſapendo, che l'$\frac{1}{7}$. di queſto, cioè 4 *r.* con l'$\frac{1}{5}$. dell'altro pezzo deue fare 9. cauando da queſto 9. le 4 *r.* il reſtante 9 m̃ 4 *r.* douerà eſſere l'$\frac{1}{5}$. dell'altro pezzo, però tutto eſſo ſecondo pezzo verria ad eſſere 36 m̃ 16 *r.* & queſto giunto al primo pezzo poſto 12 *r.* la ſomma 36 m̃ 4 *r.* doueria formare la quantità intiera da diuidere, cioè 30. però ſi haueria 36 m̃ 4 *r.* eguale à 30. cioè 6. eguale à 4 *r.* però la *r.* valeria $1\frac{1}{2}$. onde il primo pezzo poſto 12 *r.* ſaria 18. & conſequentemente 12. ſaria il ſecondo.

Ottaua. Data vna quantità diuiderla in due pezzi talmente, che vna propoſta parte del primo cauata da vna propoſta parte del ſecondo, il reſtante ſia vn reſtante preſcritto.

SIA Q 80. da diuidere in due pezzi talmẽte, che li $\frac{2}{7}$. del primo cauati dalli $\frac{1}{5}$. del ſecondo reſti 24. Pono il primo eſſere 21 *r.* li ſuoi $\frac{2}{7}$. ſono 14 *r.* che giunte à 24. la ſomma 14 *r* p̃ 24. douerà eſſere li $\frac{1}{5}$. del ſecondo, onde partito 14 *r* p̃ 24. per $\frac{1}{5}$. *(cioè moltiplicando per 7. & partẽdo per 5.)* che ne viene $19\frac{1}{7}$ *r* p̃ $33\frac{1}{7}$. queſto ſaria l intiero ſecondo pezzo, che gionto al primo 21 *r.* deue fare 80 Q. ma fà $40\frac{1}{7}$ *r* p̃ $33\frac{1}{7}$. però queſto è egnale à 80. onde leuato $33\frac{1}{7}$. da ciaſcuna banda, haueremo $40\frac{1}{7}$ *r.* eguale à $46\frac{2}{7}$. cioè *(ridotte à intieri, moltiplicando per 5.)* 205 *r.* eguale à 232. perilche la *r.* valerà $1\frac{27}{205}$. onde il primo pezzo poſto 21 *r.* ſarà 24. & il ſecondo il reſto fino à 80. cioè 56. Et ponendoſi il primo pezzo eſſere 1 *r.* & il ſecondo il reſto dell'80. cioè 80 m̃ 1 *r.* li $\frac{2}{7}$. d 1 *r.* cauati dalli $\frac{1}{5}$. di 80 m̃ 1 *r.* cioè cauato $\frac{2}{7}$ *r.* da $57\frac{1}{7}$ m̃ $\frac{1}{5}$ *r.* il reſtante $57\frac{1}{7}$ m̃ $1\frac{27}{35}$ *r.* ſaria eguale à 24. cioè haueressimo $33\frac{1}{7}$. eguale à $1\frac{27}{35}$ *r.* cioè 696. eguale à 29 *r.* che la *r.* valeria 24. però 24. ſaria il primo pezzo, & per conſequenza 56. il ſecondo.

Nona. Trouare due quantità, la differenza delle quali ſia vna quantità data, & che la propoſta parte dell'vna giunta alla propoſta parte dell'altra, la ſomma ſia vna ſomma data.

SIA D 88. la differenza delle due qnantità, tali che l'$\frac{2}{3}$. dell'vna giunto alli $\frac{3}{5}$. dell'altra facci 119. Per trouare eſſe due quantità, Pono l'vna eſſere 1 *r.* onde l'altra ſarà 1 *r* p̃ 88. l'$\frac{1}{3}$. dell'vna, ò prima è $\frac{1}{3}$ *r.* & li $\frac{3}{5}$. dell'altra ſono $\frac{3}{5}$ *r* p̃ 33. giunti inſieme fanno $\frac{14}{15}$ *r* p̃ 33. & queſto è eguale à 119. cioè *(leuato 33. da ciaſcuna banda)* $\frac{14}{15}$ *r.* è eguale à 86. cioè *(moltiplicando per 14. denominatore del rotto per ridurlo à intiero)* 13 *r.* eguale à 2064. che la *r.* vale $158\frac{10}{13}$. & queſta è la prima quãtità poſta 1 *r.* perilche la ſeconda, che è poſta 1 *r* p̃ 88. ſarà $246\frac{10}{13}$. & ben ſi vede, che eſſendo l'$\frac{1}{3}$. della prima $26\frac{4}{13}$. & li $\frac{3}{5}$. della ſeconda $92\frac{6}{13}$. *(che ſolo $\frac{1}{3}$. è $30\frac{10}{13}$.)* la ſomma loro è 119. come ſi propone.

Et ſe poneſſimo la prima quãtità eſſere 1 *r* p̃ 88. & la ſeconda 2 *r.* allhora l'$\frac{1}{3}$. della prima ſaria $\frac{1}{3}$ *r* p̃ $14\frac{2}{3}$. & li $\frac{3}{5}$. della ſeconda ſariano $\frac{6}{5}$ *r.* che gionti inſieme fanno $\frac{14}{15}$ *r* p̃ $14\frac{2}{3}$. & queſto è eguale à 119. & però $\frac{14}{15}$ *r.* à $104\frac{1}{3}$. cioè 13 *r.* à 2504. perilche la *r.* vale $192\frac{8}{13}$. onde la prima quantità poſta 1 *r* p̃ 88. ſarà $192\frac{8}{13}$ p̃ 88. cioè $280\frac{8}{13}$. & la ſeconda poſta 1 *r.* ſarà $192\frac{8}{13}$. che così l'$\frac{1}{3}$. della prima è $46\frac{10}{13}$. & li $\frac{3}{5}$. della ſeconda ſono $72\frac{3}{13}$. & gionti inſieme fanno 119. Et così ſi vede il queſito potere hauere due riſpoſte, proponendoſi così largamente, poiche anco in dui modi ſi può procedere, che ſono il ſupponere, che la prima quantità di che ſi piglia l'$\frac{1}{3}$. ſia vna volta la minore, & vn'altra volta, che ella ſia la maggiore, ma proponendoſi ſtrettamente, ò conditionatamente, dicendo. Di due quantità differenti in 88. giunto l'$\frac{1}{3}$. della minore alli $\frac{3}{5}$. della maggiore la ſomma è 119. domando eſſe due quantità, allhora elle non potriano eſſere ſe non $158\frac{10}{13}$. & $246\frac{10}{13}$. Et dicendo. Di due quantità differenti in 88. giunto l'$\frac{1}{3}$. della maggiore alli $\frac{3}{5}$. della minore la ſomma è 119. Allhora elle non potriano eſſere ſe non $280\frac{8}{13}$. & $192\frac{8}{13}$.

Et ſe nella poſitione ſi fuſſe poſto la maggior qnantità, di che ſi pigli l'$\frac{1}{3}$. eſſere 1 *r.* & la minore 1 *r* m̃ 88. pure ſi ſaria trouato elle eſſere $280\frac{8}{13}$. & $192\frac{8}{13}$.

Et ponendo, che della minore ſi pigli l'$\frac{1}{3}$. & che ella ſia 1 *r* m̃ 88. eſſendo la maggiore 2 *r.* pure ſi ſaria trouato elle eſſere $158\frac{10}{13}$. & $246\frac{10}{13}$.

L'iſteſſo auuerria ſe poneſſimo la maggior qnantità eſſere 1 *r.* più la metà di 88. loro differenza, & la minore eſſere 1 *r.* meno l'altra metà dell'88. cioè elle eſſere 1 *r* p̃ 44. & 1 *r* m̃ 44.

Decima.

Decima. Trouare due quantità, la differenza delle quali sia vna proposta quantità, & che vna data parte della prima cauata da vna data parte della seconda, il restante sia vna quantità prescritta.

SIA B 12. la differenza delle due quantità tali, che l'$\frac{1}{3}$ D, dell'vna cauato dall'$\frac{1}{4}$ F, seconda, resti H 9.

Pono la prima 1 *r*. la seconda 1 *r* p̄ 12. l'$\frac{1}{3}$. della prima minore è $\frac{1}{3}$ *r*. che cauato dall'$\frac{1}{4}$. della seconda maggiore, cioè da $\frac{1}{4}$ *r* p̄ 3. resta 3 m̄ $\frac{1}{12}$ *r*. & questo deue essere 9. cioè è eguale à 9. però (*accommodato il* m̄ 3. è eguale ad $\frac{1}{12}$ *r* p̄ 9. cioè $\frac{1}{12}$ *r* p̄ 6. saria eguale à niente, il che non può stare. Ma se variando la proposta si dirà, Sia B 12. la differenza delle due quantità tali, che cauato l'$\frac{1}{4}$. della prima dall'$\frac{1}{4}$. della seconda resti H 9. Noi posto pure la prima 1 *r*. & la seconda 1 *r* p̄ 12. cauaremo l'$\frac{1}{4}$. della prima dall'$\frac{1}{4}$. della seconda, cioè $\frac{1}{4}$ *r*. da $\frac{1}{3}$ *r* p̄ 4. che restarà $\frac{1}{12}$ *r* p̄ 4. & sarà eguale à 9. cioè $\frac{1}{12}$ *r*. eguale à 5. però la *r*. valerà 60. & sarà la quantità minore posta 1 *r*. & però 72. sarà l'altra quantità maggiore, che cauato l'$\frac{1}{4}$. di 60. da l'$\frac{1}{3}$. di 72. cioè 15. da 24. resta 9. prescritto.

Et quando senza astringersi nel quesito à cauare l'$\frac{1}{3}$. della prima quantità dall'$\frac{1}{4}$. della seconda, ne meno l'$\frac{1}{4}$. della prima dall'$\frac{1}{4}$. della seconda, egli si proponesse largamente dicendo.

Trouinsi due quantità differenti in 12. tali, che la differenza dell'$\frac{1}{3}$. della prima, & l'$\frac{1}{4}$. della seconda sia 9. allhora se il quesito non fusse solubile, cauando l'$\frac{1}{3}$. della prima dall'$\frac{1}{4}$. della seconda, potria forsi essere, ove fusse solubile, cauando l'$\frac{1}{4}$. della prima dall'$\frac{1}{3}$. della seconda, & perciò conuerria tentare la operatione in ciascuno delli dui modi come s'è fatto disopra.

Et se poneremo la maggior quãtità essere 1 *r* p̄ 6. & la minore 1 *r* m̄ 6. l'$\frac{1}{4}$. della maggiore cauato dall'$\frac{1}{3}$. della minore (*che non si può già cauare l'$\frac{1}{3}$. d'vna quantità grande dall'$\frac{1}{4}$. (minore d'$\frac{1}{3}$.) d'vna quantità più piccola*) cioè $\frac{1}{4}$ *r* p̄ $1\frac{1}{2}$. da $\frac{1}{3}$ *r* m̄ 2. che resta $\frac{1}{12}$ *r* m̄ $3\frac{1}{2}$. questo sarà eguale à 9. cioè $\frac{1}{12}$ *r*. eguale à $12\frac{1}{2}$. perilche la *r*. vale 150. onde le due quantità saranno 150 p̄ 6. & 150 m̄ 6. cioè 156. & 144.

Che se volessimo pure cauare l'$\frac{1}{3}$. della minore dell'$\frac{1}{4}$. della maggiore (*il che in alcune quantità si potrà fare*) & che restasse 9. conuerria, che la differenza delle due quãtità fusse molto maggiore di 12. cioè tale, che l'$\frac{1}{4}$. d'essa differenza fusse più del 9 H, acciò si potesse venire all'Equatione, cioè, acciochè $\frac{1}{12}$ *r*. che si haueria in fine (*differenza d'$\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. parti dette*) fusse eguale à qualche numero, acciò la *r*. valesse qualche quantità, & però doueria il B. essere più di 36. che se fusse solo 36. l'$\frac{1}{4}$. del quale è 9. si haueria $\frac{1}{12}$ *r*. eguale à 9. & però la *r*. valeria 6. (*cioè niente*) onde vna quantità saria 0. cioè niente, & l'altra 36. il che non tà à proposito. Et se pure B 12. douesse essere la differenza delle due quantità, conuerria poi, che H 9. fusse manco di 3. cioè manco dell'$\frac{1}{4}$. di esso B 12. acciò pure nell'Equatione si hauesse $\frac{1}{12}$ *r*. eguale à qualche numero, cioè conuiene, che B, & H, siano tali, che del B. presa la parte, dalla quale si hà da cauare l'altra (*cioè bora l'$\frac{1}{4}$. di 12 B.*) superi l'H.

Et se B, differenza delle due quantità si dica essere 48. il D, parte dell'vna da cauarsi sia $\frac{1}{3}$. & F, parte dell'altra, dalla quale si hà da fare la sottrattione sia $\frac{1}{4}$. & il restante H, sia 10. Posto la quantità minore 1 *r*. & la maggiore 1 *r* p̄ 48. Cauato $\frac{1}{3}$ *r*. della prima minore da $\frac{1}{4}$ *r* p̄ 12. della seconda maggiore, resta 12 m̄ $\frac{1}{12}$ *r*. & è eguale ad H 10. cioè 12. eguale à $\frac{1}{12}$ *r* p̄ 10. cioè $\frac{1}{12}$ *r*. eguale à 2. però la *r*. vale 24. & è la quantità minore, perilche la minore sarà 72. che l'$\frac{1}{3}$. di 24. cauato dall'$\frac{1}{4}$. di 72. cioè 8. da 18. resta 10. & così il quesito hà sempre vna sola risposta, quando la parte dell'vna, che si hà da cauare è maggiore della parte dell'altra quantità, dalla quale si hà da cauare, come occorre hora, che $\frac{1}{3}$. da cauare è maggiore d'$\frac{1}{4}$. da doue si hà da cauare, perche così conuiè sempre esso $\frac{1}{3}$. pigliarlo dalla quãtità maggiore, acciochè $\frac{1}{3}$. della minore sia più piccolo dell'$\frac{1}{4}$. della maggiore, che della maggiore non si potria pigliare esso $\frac{1}{3}$. poiche l'$\frac{1}{3}$. d'vn numero grande non si potria cauare dall'$\frac{1}{4}$. d'vn'altro numero di lui minore; Auuertendo di più, che il 10 H. sia minore dell'$\frac{1}{4}$. (*parte dalla quale va fatta la sottrattione*) di 48 B, acciò si possa peruenire ad Equatione solubile.

Ma quando la parte, che si hà da cauare sia minor rotto, che non è la parte, dalla quale si hà da cauare, cioè se hauessimo à cauare l'$\frac{1}{3}$. dell'vna quantità dall'$\frac{1}{4}$. dell'altra, allhora il quesito potrà hauere due risposte, quando i numeri B, & H, lo concedino; perche essa parte $\frac{1}{3}$. non solo si potrà pigliare dalla quantità minore, ma anco dalla quãtità maggiore; Che se diremo la differẽza delle due quantità essere B 48. & la parte D, dell'vna da cauarsi essere $\frac{1}{3}$. & la F, parte dell'altra, dalla quale si hà da fare la sottrattione essere $\frac{1}{4}$. & il restante douere essere H 10. Posto la

quantità maggiore 1 ℟. la minore sarà 1 ℟ m̃ 48. che cauato $\frac{1}{3}$ ℟. da $\frac{1}{1}$ ℟ m̃ 16. restarà $\frac{2}{3}$ ℟ m̃ 16. il che sarà eguale ad H 10. cioè $\frac{1}{12}$ ℟. sarà eguale à 26. però la ℟. valerà 312. & sarà la quãtità maggiore, essendo 264. la minore, che l'$\frac{1}{3}$. di 312. cauato dall'$\frac{1}{1}$. di 264. cioè 78. da 88. resta 10. come si propone; Et così il quesito sarà sempre solubile, siano B, & H, che numeri si vogliono.

Ancora posto la quantità maggiore 1 ℟. & la minore 1 ℟ m̃ 48. Cauato l'$\frac{1}{3}$. della minore dall'$\frac{1}{1}$. della maggiore, cioè $\frac{1}{3}$ ℟ m̃ 12. da $\frac{1}{1}$ ℟. che resta $\frac{2}{3}$ ℟ p̃ 12. questo sarà eguale à 10. cioè $\frac{2}{3}$ ℟ p̃ 2. eguale à niente, onde il quesito è impossibile, perche H 10. è manco di 12. quarta parte di B 48. Come si vede anco ponendo, che la quantità minore sia 1 ℟. & la maggiore 1 ℟ p̃ 48. che cauato $\frac{1}{3}$ ℟. da $\frac{1}{1}$ ℟ p̃ 16. resta $\frac{2}{3}$ ℟ p̃ 16. & è eguale à 10. cioè $\frac{2}{3}$ ℟ p̃ 6. eguale à niente; Il che non può stare, perche il 10 H, è minore di 16. terza parte di 48 B. Ma pareua di sopra, che bastasse, che H, fusse maggiore solo della quarta parte di 48. cioè di 12. hauendo $\frac{2}{3}$ ℟ p̃ 12. eguale ad H, che posto H, poniamo 15. allhora $\frac{2}{3}$ ℟. saria eguale à 3. & la ℟. valeria 36. onde le due quantità poste 1 ℟. & 1 ℟ m̃ 48. sariano 36. & 36 m̃ 48. che 36 m̃ 48. non è quantità reale; perilche ci accorgiamo, che veramente bisogna, che H. sia maggiore della terza parte di 48. cioè della parte, dalla quale si hà da fare la sottrattione, & però stante B 48. conuerrà, che H, sia più di 16. hor sia 17. che posto la quantità maggiore 1 ℟. & la minore 1 ℟ m̃ 48. haueremo $\frac{2}{3}$ ℟ p̃ 12 eguale à 17. cioè $\frac{2}{3}$ ℟. eguale à 5. perilche la ℟. valerà 60. & è la quantità maggiore, essendo poi 60 m̃ 48. cioè 12. la quantità minore.

Et posto la quantità maggiore 1 ℟ p̃ 48. & la minore 1 ℟. haueremo $\frac{2}{3}$ ℟ p̃ 16. eguale à 17. cioè $\frac{2}{3}$ ℟. eguale ad 1. però la ℟. valerà 12. onde la maggiore sarà 12 p̃ 48. cioè 60. & la minore sarà 12. come prima, che cauato l'$\frac{1}{3}$. di 12. dall'$\frac{1}{1}$. di 60. cioè 3. da 20. resta 17 H, come si ppone.

Et se l'$\frac{1}{3}$. che si hà da cauare si volesse pigliare dalla quantità maggiore, essendo B 48. & H 17. posto la quantità maggiore 1 ℟. & la minore 1 ℟ m̃ 48. cauato $\frac{1}{3}$ ℟. da $\frac{1}{1}$ ℟ m̃ 16. restarà $\frac{2}{3}$ ℟ m̃ 16. che sarà eguale à 17 cioè $\frac{2}{3}$ ℟. eguale à 33. & però la ℟. valerà 396. onde la maggiore sarà 396. & la minore 348. che cauato l'$\frac{1}{3}$. di 396. dall'$\frac{1}{1}$. di 348. cioè 99. da 116. resta 17 come si ppone.

Et così essendo B 48. & H 17. & la parte D $\frac{1}{3}$. da cauarsi, minore della parte F $\frac{1}{1}$. dalla quale si caua, il quesito potrà hauere due risposte, poiche le due quantità potranno essere 60. & 12. ouero 396. & 348. che cauato l'$\frac{1}{3}$. dell'vna dall'$\frac{1}{1}$. dell'altra, restarà 17. cioè nel primo caso cauato l'$\frac{1}{3}$. della minore dall'$\frac{1}{1}$. della maggiore, che è cauare 3. da 20. & nel secondo caso cauato l'$\frac{1}{3}$. della maggiore dall'$\frac{1}{1}$. della minore, che è cauare 99. da 116. il restante in ciascun modo sarà H 17.

ALTRE OPERATIONI.

Nelle quali si praticano l'Equationi Algebratiche doue occorrono, oltre le ℟. & numero, ancora li ☍. & ☌.

Prima. Dato il rettangolo, ò prodotto di due quantità, & la proportione loro trouare esse due quantità.

SIA il prodotto 96. & la proportione delle due quantità come da A 8. à B 3. Pono la minore 1 ℟. però la maggiore sarà $2\frac{2}{3}$ ℟. ouero per schiuar rotti posto la maggiore 8 ℟. la minore sarà 3 ℟. il prodotto loro è 24 ☍. il che sarà eguale à 96. quale 96. partito per 24. numero delli ☍. ne viene 4. & però 4. è il valore del ☍. onde la ℟. che è la ℟. del ☍. valerà la ℟. di 4. cioè 2. & le due quantità poste 8 ℟. & 3 ℟. saranno 16. & 6.

Regola.

Con il dutto de i dui termini della proportione data delle due quantità si parta il prodotto dato d'esse due quantità, & dell'auuenimento presa la ℟. quadra, ella si moltiplichi con i dui termini dati, che i dui resultanti saranno le due quantità cercate.

Seconda. Dato il prodotto di due quantità, & la somma de i dui quadrati loro trouare esse due quantità.

SIA il prodotto di due quantità 20. & la somma de i dui quadrati loro sia 104. Per trouare esse due quãtità, Pono l'vna essere 1 ℟. che l'altra sarà quello, che nasce à partire 20. prodotto loro

to loro per eſſa 1 *r*. cioè ſarà $\frac{20}{1r}$. i loro quadrati ſono 1 ☐. & $\frac{400}{1☐}$. che la loro ſomma, cioè 1 ☐ p $\frac{400}{1☐}$. ſarà eguale à 104. & moltiplicando per 1 ☐. per leuare il rotto, haueremo 1 ☐ p 400. eguale à 104 *r*. che in queſta Equatione di 1 ☐. & numero eguale à *r*. ſi caua il numero 400. dal quadrato di 52. mità di 104. numero delli *r*. qual quadrato è 2704. & del reſtante 2304. ſi piglia la ℞. che è 48. & queſta ſi giunge, & caua à 52. mità detta del 104. numero delli *r*. & ne reſultano 100. & 4. ciaſcuno delli quali è valuta del *r*. dignità minore delle due della Equatione *(che queſta Equatione è di ☐. & numero eguale à r. hà due valute del r. & però detta r.)* onde ℞ 100. & ℞ 4. cioè 10. & 2. ſaranno le due valute della *r*. cioè le due quantità cercate.

Da queſta operatione Algebratica deriuando la ſimplice regola numerale in ſimili caſi, ſi potrà dire. Regola.

Dal quadrato della mità della ſomma delli dui quadrati delle due quantità ſi caui il prodotto d eſſe due quantità, & la ℞. del reſtante ſi giunga, & caui alla mità della ſomma detta delli loro dui quadrati, & di ciaſcuno delli dui reſultanti ſi pigli la ℞. che li dui auuenimenti ſaranno le due quantità cercate.

Ancora conſiderando, che quando vna quãtità è diuiſa in due patti come ſi vogli *(cioè ò ſiano elle eguali fra loro, ò ineguali)* allhora il quadrato d'eſſa quantità è quanto la ſomma delli dui quadrati d'eſſe due parti, giontoli il rettangolo, ò dutto dell'vna parte in l'altra due volte *(che preſo per eſempio la quantità 12. & diuiſa in due parti A 10. & B 2. il quadrato di 12. cioè 144. è eguale alla ſomma di 100. & 4. quadrati di 10. & 2. giontoli 20. & 20. che ſono dui dutti di 10. in 2. (& ben ſi vede, che 100. 4. 20. & 20. giunti inſieme fanno 144.) perche inteſo il 12. diuiſo nelle due parti delle 10. & 2. ſi conoſce, che il dutto di 12. in 12. è quanto la ſomma de' dutti di eſſo 12. in 10. & in 2. ſue parti totali, & di queſti dui dutti il dutto di 12. in 10. (inteſo pure il 12. diuiſo in 10. & 2.) è quanto li dutti di 10. in 10. & di 2. in 10. & l'altro dutto di 12. in 2. è quanto li dutti di 10. in 2. & di 2. in 2. onde il totale dutto di 12. in 12. cioè il quadrato di 12. è eguale alla ſomma di queſti quattro dutti, cioè di 10. in 10. di 2. in 10. di 10. in 2. & di 2. in 2. quali ſono il quadrato di 10. il quadrato di 2. & dui dutti di 10. in 2. cioè li dui quadrati delle due parti giotoli il doppio del prodotto dall'vna parte nell'altra)* Se imaginaremo le due quãtità, che ſi cercano eſſere le due parti d'vna totale quãtità D, la ſomma de i dui quadrati, delle quali due patti è 104. & l'vn dutto d'eſſe parti è 20. giongendoli noi vn altro loro dutto, cioè 20. allhora la ſomma totale di 104. 20. & 20. cioè 144. verrà ad eſſere il quadrato della totale quantità D, cioè la ſomma delle due quantità cercate, perilche cõuerrà hora trouare due quantità tali, che la ſomma loro ſia 12. & il loro rettangolo, ò prodotto ſia 20. cioè diuidere 12. in due parti tali, che il loro prodotto ſia 20. & ci potremo pure ſeruire della Regola della coſa, ò Algebra, all'ordinario. Ma poiche d'vna quantità D 12. diuiſa in due parti A 10. & B 2. il quadrato 144. è eguale alla ſomma de' quadrati delle due parti, & al doppio del dutto d'eſſe parti, ſupponendo noi la A 10 maggiore eſſer'anco diuiſa in due parti, delle quali l'vna ſia la B 2. parte minore della totale D 12. & l'altra ſia la differenza d'eſſe A, & B, cioè E 8. vedremo ſimilmẽte, che il quadrato d'eſſo A 10. maggiore è eguale al quadrato di B 2. al quadrato di E 8. *(differenza di A 10. & B 2.)* & al dutto di B 2. in E 8. due volte, cioè al dutto della quantità minore B 2. in ſe ſteſſa, & d'eſſa B 2. nella differenza 8. d'eſſa alla A, maggiore due volte, ma il dutto della minore 2. & in ſe ſteſſa, & nella differenza detta 8. è quanto il dutto d'eſſa minore 2. nella totale maggiore A 10. onde dui dutti della minore 2. nella differenza detta 8. con dui quadrati d'eſſa minore 2. ſono eguali à dui dutti della minore B 2. nella maggiore A 10. perilche il quadrato della quantità minore B, con il quadrato della maggiore A, cioè la ſomma 104. d'eſſi dui quadrati è quanto il quadrato della E 8. differenza di dette due quantità A, B, e giontoli il doppio del dutto d'eſſe due quantità A, B, onde il quadrato della quantità maggiore A, ſupera il quadrato della minore B, nel quadrato di E 8. differenza d'eſſe due quantità, & nel doppio del rettangolo loro, cioè il quadrato di E 8. differenza delle due quãtità A 10. B 2. è ſempre quello, che reſta à cauare il doppio del loro rettangolo, ò prodotto, dalla ſomma 104. de' quadrati loro, onde cauando il doppio del prodotto delle due quantità A, B, dalla ſomma de i quadrati loro, la ℞. del reſtante è la differenza d'eſſe due quantità, che quando ſi giunga eſſo doppio del prodotto loro *(cioè 40.)* alla ſomma de' quadrati loro *(cioè à 104.)* la ℞. della ſomma *(144. come habbiamo veduto)* è ſempre la ſomma *(12.)* d'eſſe due quantità A 10. B 2.

Perilche ſi vede, che il quadrato della ſomma di due quantità è ſempre differente, & maggiore del quadrato della differenza delle iſteſſe due quantità nel quadruplo del rettangolo, ò prodotto loro, cioè 144. quadrato di 12. ſomma di 10. & 2. ſupera 64. quadrato di 8. differenza delli iſteſſi 10. & 2. in 80. quadruplo di 20. prodotto delli medeſimi 10. & 2.

Onde dato il prodotto 20. di dee quantità, & la ſomma 104. dei quadrati loro, per trouare eſſe due quantità ſi può dire per Regola. Al 104. ſomma de' quadrati delle due quãtità ſi giunga, & cauì 40. doppio del prodotto d'eſſe due quantità, & delli dui reſultanti 144. & 64. ſi piglino le ℞, che ſono 12. & 8. & queſte ſaranno la ſomma, & la differenza delle due quantità, onde cauato la differenza 8. dalla ſomma 12. che reſta 4. la ſua mità 2. è la quantità minore, & il reſtante ſino al 12. *(o il congionto d'eſſo 2. all'8.)* che è 10. ſarà la quantità maggiore.

Hora ſi può auuertire, che in quello queſito, che dice, Di due quantità il dutto, ò rettangolo, è 20. & la ſomma de i quadrati loro è 104. ſi domãdano eſſe due quantità, Noi per trouarle poſto l'vna eſſere 1 *r.* & l'altra 20. eſſino d'1 *r.* *cioè 20. da partire per 1 r. che ſcritto in forma di rotto hà 20. per numeratore, & 1 r. per denominatore)* ſiamo peruenuti ad Equatione d'1 ✱ p̃ 400. eguale à 104 *r.* nella quale mediante l'operatione ſi conoſce, che il 104. numero delli *r.* è ſempre la ſomma delli quadrati d'eſſe due quantità, & il 400. numero dell'Equatione è ſempre il quadrato del 20. prodotto di dette due quantità. Et perche dalla Regola per hora moſtrata ſappiamo, che eſſe quantità ſi trouano giongẽdo, & cauando il doppio del prodotto loro, cioè 40. alla ſomma de i quadrati loro, cioè à 104. che ne reſultano 144. & 64. le ℞, de i quali cioè 12. & 8. ſono la ſomma, & la differenza d'eſſe due quantità *(eſſendo perciò il 144. & il 64. il quadrato della ſomma, & il quadrato della differenza di dette due quantità)* perilche cauato la differenza dalla ſomma, la mità del reſtante è la quantità minore, & il rimanente poi della ſomma è la quãtità maggiore, & ſi può anco dire, Gionta, & cauata la mità della differenza 8. dalla mità della ſomma 12. cioè 4 a 6. & da 6. i dui reſultanti ſono le due quantità, che vengono ad eſſere le due valute della 1. nell'Equatione detta d'1 ✱ p̃ 400. eguale à 104 *r.* Di qui veniamo à cognoſcere, che alla noſtra Equatione ſi può dare anco queſta Regola, cioè. Quando 1 ✱. & numero ſono eguali à *r.* Piglisi la ℞. quadra del numero dell'Equatione, & eſſa ℞, *(che viene ſempre ad eſſere il dutto delle due quantità cercate, & però il dutto delle due valute della r.)* ſi doppij, qual doppio ſi giunga, & cauì al numero delli *r.* dell'Equatione, & di ciaſcuno delli dui reſultanti *(che vengono ad eſſere l'vno il quadrato de la ſomma delle due quãtità cercate, ò vogliamo dire della ſomma delle due valute della r. & l'altro il quadrato della differenza delle due iſteſſe quantità)* ſi pigli la ℞, *(che ſono la ſomma, & la differenza delle due quantità, o delle due valute della r.)* & cauata la minore dalla maggiore, la mità del reſtante ſarà la valuta minore della *r.* *(cioè la quantità minore)* & quello, che rimane nella maggiore oltre à queſta mità del reſtãte detta, ſarà la valuta maggiore della *r.* *(cioè la quantità maggiore)* Però in 1 ✱ p̃ 400. eguale a 104 *r.* preſa la ℞, del numero 400. che è 20. & il ſuo doppio 40. giunto, & cauato à 104. numero delli *r.* ne reſultano 144. & 64. le ℞, loro ſono 12. & 8. la differenza è 4. la mità della quale è 2. che è la valuta minore della *r.* & il rimanente del 12. cioè 10. è la valuta maggiore. Et hauendo poniamo 1 ✱ p̃ 88. eguale à 26 *r.* Si pigliarà la ℞, di 88. numero dell'Equatione, & è ℞ 88. *(& così ſappiamo, che queſta Equatione può naſcere da queſto, che dica. Trouaſi due quantità, il dutto delle quali ſia ℞ 88. & la ſomma de i quadrati loro ſia 26 numero delli r.)* quale ſi doppij, & fa ℞ 352. che ſi giunga, & cauì à 26. numero delli *r.* & ne reſultano 26 p̃ ℞ 352. & 26 m̃ ℞ 352. di ciaſcuno de' quali ſi pigli la ℞, & ſono ℞ 22 p̃ 2. & ℞ 22 m̃ 2. che cauata la ℞ 22 m̃ 2. dalla ℞ 22 p̃ 2. reſta 4. che la mità è 2. & è vna valuta della *r.* & il reſto del ℞ 22 p̃ 2. cioè ℞ 22. è l'altra valuta della *r.* Ma perche queſte quantità ℞ 22 p̃ 2. Binomio, & ℞ 22 m̃ 2. Reſiduo, ſono ſempre Binomio, & Reſiduo l'vno dell'altro, & però à cauare il Reſiduo dal Binomio reſta ſempre il doppio della parte minore, cioè hora il doppio di 2. del qual reſtante ſi piglia poi ſempre la mità *(per la valuta minore della r.)* queſta mità neceſſariamẽte ſarà ſempre la medeſima parte minore 2. & perche ella ſi caua dal totale Binomio ℞ 22 p̃ 2. di neceſſità il rimanente ſarà ſempre la parte maggiore hora ℞ 22. quale ℞ 22. è la valuta maggiore della *r.* eſſendo la minore il 2. detto; perilche, breuemente vediamo, che giunto ℞ 352. à 26. & della ſomma 26 p̃ ℞ 352. preſa la ℞, che è ℞ 22 p̃ 2. queſte due parti del Binomio ſenz'altra Operatione ci moſtrano in loro medeſime le due valute della *r.* eſſere ℞ 22. & 2. Onde quãdo à giungere il doppio della ℞, del numero dell'Equatione al numero delli *r.* ne reſulta vn Binomio, allhora preſa la ℞, d'eſſo Binomio, le due parti d'eſſa ſua ℞ che è vn'altro Binomio, vẽgono ad eſſere le due valute della *r.* & quãdo anco à giungere il doppio della ℞, del numero dell'Equatione al numero delli *r.* non ne reſultaſſe Binomio, cioè che elle ſi poteſſero vnire inſieme, eſſendo communicanti fra loro, noi nondimeno piacendoci, potremo giungerle inſieme con il ſegno p̃. in forma di Binomio, & d'eſſo Binomio pigliare la ℞, al modo delli Binomij, che del Binomio, che ne deriuaſſe la parte maggiore ſaria la valuta maggiore della *r.* & la parte minore ſaria la valuta minore, onde nell'Equatione d'1 ✱ p̃ 400. eguale à 104 *r.* giunto 40. *(doppio di 20 ℞ di 400. numero dell'Equatione)* à 104. numero de' *r.* & fà 104 p̃ 40. & di queſto Binomio

preſa

presa la ℞. che è 10 p̃ 2. le due parti di esso Binomio 10 p̃ 2. cioè 10. & 2. sono le due valute della *r*.

Di 104 p̃ 40. si piglia la ℞.

104	52	52
10816	48	48
1600	100	4
9216	10	2
96		
48		

però di 104 p̃ 40. la ℞. è 10 p̃ 2.

Il medesmo si trouarà se non ci seruendo di questa breuità vsaremo la Regola prima, cioè. Preso la ℞. di 400. numero della Equatione, che è 20. il suo doppio 40. giungeremo, & cauaremo à 104. numero de' *r*. ma con il p̃, & m̃. acciò i resultanti siano in forma di Binomio, & Residuo, & haueremo 104 p̃ 40. & 104 m̃ 40. di ciascunō de' quali presa la ℞. haueremo 10 p̃ 2. & 10 m̃ 2. & hora cauaremo la minore 10 m̃ 2. dalla maggiore 10 p̃ 2. che resta 4. la mità del quale, cioè 2. è la valuta minore della *r*. & il resto di 10 p̃ 2. cauatone cioè questo 2. valuta minore, qual resto è 10. sarà la valuta maggiore.

Ancora hauendo 1 ✱ p̃ 100. eguale à 26 *r*. Presa la ℞. di 100. che è 10. *(questo 10 sarà il dutto delle due valute della r.)* il suo doppio 20. si giunga, & caui al 26. numero delli *r*. *(che hora non ne deriuano binomio, & residuo, ne manco curandoci di vsare il p̃, & m̃, fuori del bisogno ordinario)* & ne resultano 46. & 6. le loro ℞. sono ℞ 46. & ℞ 6. che cauata ℞ 6. minore da ℞ 46. maggiore, il restante è ℞ 46 m̃ ℞ 6. & di questo la mità è ℞ 11½ m̃ ℞ 1½. quale è la valuta minore della *r*. che cauata da ℞ 46. il rimanente ℞ 11½ p̃ ℞ 1½. sarà la valuta maggiore.

Et hauendo 1 ✱ p̃ 140. eguale à 26 *r*. Presa la ℞. di 140. che è ℞ 140. *(& sarà il dutto, ò rettangolo delle due valute della r.)* il suo doppio ℞ 560. giunto à 26. numero delli *r*. fà 26 p̃ ℞ 560. del che, perche è Binomio basterà pigliare la ℞. *(se bene non è Binomio quadrato)* nel modo ordinario, che cauato 560. quadrato del nome minore da 676. quadrato del nome maggiore, resta 116. del quale presa la ℞. ella è ℞ 116. la sua mità è ℞ 29. che si giunge, & caua à 13. mità di 26. nome maggiore, & delli dui resultanti, che sono 13 p̃ ℞ 29. & 13 m̃ ℞ 29. prese le ℞. che sono ℞ 13 p̃ ℞ 29 *l*. & ℞ 13 m̃ ℞ 29 *l*. esse giōte insieme fanno ℞ 13 p̃ ℞ 29 *l* p̃ ℞ 13 m̃ ℞ 29 *l*. & questo è la ℞. del Binomio detto 26 p̃ ℞ 560. per ilche esse due parti della sua ℞. cioè ℞ 13 p̃ ℞ 29 *l*. & ℞ 13 m̃ ℞ 29 *l*. saranno le due valute della *r*.

Et se bene questa Regola ne gl'esempij detti appare più lunga, ò di maggiore operatione, che nō saria la Regola ordinaria *(che nell'Equatione di 1 ✱ p̃ 140. eguale à 26 r. si cauaria il numero 140. da 169. quadrato di 13. mità di 26. numero delli r. & del restante 29. presa la ℞. che è ℞ 29. ella si giungeria, & cauaria al 13. & di ciascuno delli dui resultanti 13 p ℞ 29. & 14 m̃ ℞ 29. presa la ℞. ciascuna d'esse, cioè ℞ 13 p ℞ 29 l. & ℞ 13 m̃ ℞ 29 l. saria valuta della r. & nell'altre Equationi superiori pure si operaria nel medesmo modo)* nondimeno in alcune Equationi può anco essere più breue, che hauendo 1 ✱ p̃ 132¼. eguale à 26 *r*. Presa la ℞. del numero 132¼. ella è 11½. & il suo doppio 23. giunto, & cauato à 26. numero de' *r*. fà 49. & 3. le ℞. de i quali resultanti sono 7. & ℞ 3. che la loro differenza è 7 m̃ ℞ 3. la mità del che, cioè 3½ m̃ ℞ 1¼. è la valuta minore, & il restante fino à 7. cioè 3½ p̃ ℞ 1¼. è la valuta maggiore.

Ma operando con la Regola, ò modo ordinario. Da 169. quadrato di 13. mità del numero de' *r*. si cauaria il numero 132¼. che resta 36¼. la ℞. del che si giungeria, & cauaria à 13. mità del numero de' *r*. & di ciascuno de i dui resultanti, che sono 13 p̃ ℞ 36¼. & 13 m̃ ℞ 36¼. si pigliaria la ℞. & elle sariano le due valute della *r*. & per pigliare la ℞. del Binomio 13 p̃ ℞ 36¼. dal quadrato di 13. si caua il quadrato di ℞ 36¼. & del restante 132¼. si piglia la ℞. che è 11½. la mità della quale, cioè 5¾. si giunge, & caua alla mità del 13. cioè à 6½. & ne resultano 12¼. & ¼. di ciascuno de' quali si piglia la ℞. & sono 3½. & ℞ ¼. da giungere insieme, & fanno 3½ p̃ ℞ ½. che è la ℞. del Binomio detto; Et q̃sta è la valuta maggiore della *r*. Et la ℞. del Residuo 13 m̃ ℞ 36¼. sarà il Residuo 3½ m̃ ℞ ½. quale è l'altra valuta minore della *r*. Et così si vede questa Operatione essere più lunga della nuoua sopradetta.

Et se hauessimo 1 ✱ p̃ 529. eguale à 104 *r*. doue operando non occorreriano rotti se non poi in fine, essa Operatione pure saria breue mediante la Regola nuoua; Che la ℞. di 529. cioè 23. doppiata fà 46. quale giunto, & cauato à 104. numero delli *r*. ne resultano 150. & 58. le loro ℞. sono ℞ 150. & ℞ 58. *(quali sono la somma, & la differenza delle due valute della r.)* che cauato ℞ 58. da ℞ 150. & del restante presa la mità ella è ℞ 37½ m̃ ℞ 14½. per la valuta minore della *r*. quale cauata da ℞ 150. il rimanenre Binomio ℞ 37½ p̃ ℞ 14½. è l'altra valuta maggiore.

Et perche si è mostrato, che le Equationi d' 1 ✱. *r*. & numero sono simili alle Equationi d' 1 *r*. *r*. & numero, mentre che il numero de' *r*. della superiore è il medesmo, che il numero delle *r*. della inferiore, & che anco il numero simplice, ò senza denominatione dell'vna è il medesmo, che il numero simplice dell'altra, ma sempre il fine della Operatione della superiore mostra il valore del *r*. in essa superiore, & il fine della Operatione della inferiore mostra il valore della *r*. in essa inferiore,

inferiore, onde il valore del ꝛ. in quella ſuperiore è ſempre quanto il valore della ꝛ. in queſta inferiore; Si vede, che anco nell'Equatione d'1 ꝛ. & numero eguale à ꝛ. ſi potria adoprare la medeſma Regola nuoua ſopradetta, fingendo poniamo d'hauere 1 ✱ p̃ 529. eguale à 104 ꝛ. quando ſi haueſſe 1 ꝛ p̃ 529. eguale à 104 ꝛ. & trouate le due valute R̃ 37½ p̃ R̃ 14½. & R̃ 37½ m̃ R̃ 14½. che fariano le valute della ꝛ. nell'Equatione dell'1 ✱ p̃ 529. eguale à 104 ꝛ. allhora li loro quadrati, cioè 52 p̃ R̃ 2175. & 52 m̃ R̃ 2175. che fariano le due valute de' ꝛ. nella iſteſſa Equatione d'1 ✱ p̃ 529. eguale à 104 ꝛ. verriano poi ad eſſere le due valute della ꝛ. nella principale Equatione d'1 ꝛ p̃ 529. eguale à 104 ꝛ. Del che hò voluto auuertire lo Studente, ſe bene queſto modo non ſia da vſare; poiche molto più eſpediente è l'ordinario in eſſo Capitolo, ò Equatione d'1 ꝛ. & numero eguale à ꝛ. Et perche eſſa Equatione di ꝛ. & numero eguale à ꝛ. poniamo d'1 ꝛ p̃ 88. eguale à 26 ꝛ. Si può ſempre ridurre, ò fare deriuare da queſito, che dica. Diuidaſi 26. *(numero delle ꝛ.)* in due parti tali, che il prodotto loro ſia 88. *(numero dell'Equatione)* Eſſendo che vna quãtità non ſi può mai dinidere in due parti tali, che il prodotto loro ſia maggiore del quadrato della mità d'eſſa quantità *(poiche il dutto delle parti ineguali è ſempre minore del dutto delle parti eguali, cioè delle due mità della quantità diuiſa; & in tanto quanto importa il quadrato della quãtità, in che l'vna delle due parti ineguali è differente dalla mità della totale quãtità diuiſa)* di quì è, che ſempre il numero dell'Equatione *(che è il dutto dato delle parti ineguali (ò eguali) da trouarſi)* ſi hà da poter cauare dal quadrato della mità del numero delle ꝛ. cioè dal dutto delle due parti eguali *(che altramente la Equatione ſaria impoſſibile)* Et perche la poſitione d'1 ꝛ. per vna parte *(& 26 m̃ 1 ꝛ.)* ci hà da dare la valuta della ꝛ. & queſta valuta può eſſere l'vna delle due parti; di quì è, che la ꝛ. può hauere due valute, che ſono ſempre le due parti ineguali *(ò eguali)* che ſi cercano della quãtità diuiſa. Et dalla Regola della ſolutione del queſito detto, naſce, ò può deriuare la Regola ad eſſa Equatione d'1 ꝛ & numero eguale à ꝛ. Che ſe il quadrato di 13. mità di 26. da diuidere in due parti, che produchino 88. è tanto maggiore d'eſſo prodotto quanto è il quadrato della differenza, che è da qual ſi vogli delle due parti à 13. mità del 26. da diuidere, ne ſegue, che à cauare 88. da 169. la R̃ del reſtante 81. cioè 9. ſia la differenza, che è dalla mità della quantità à qual ſi vogli delle due parti, onde la parte maggiore ſupera il 13. in 9. & la minore è ſuperata dal 13. nel medeſmo 9. perilche di quì è, che queſto 9. ſi giunge, & caua al 13. & i dui reſultanti 22. & 4. ſono le due parti cercate, & però le due valute della ꝛ. poiche la poſitione d'1 ꝛ. per vna parte non ci aſtringe più alla maggiore, che alla minore, ò vogliamo dire più all'vna parte, che all'altra. Et nella Equatione d'1 ✱ & numero eguale à ꝛ. hauendo conoſciuto, che ella può ſempre deriuare poniamo d'1 ✱ p̃ 529. eguale à 104 ꝛ. da queſito, che dica. Troninſi due quantità, il dutto delle quali ſia 23. *(che è ſempre la R̃ di 529. numero dell'Equatione)* & la ſomma de' quadrati loro ſia 104. *(numero delli ꝛ.)* Perche il doppio del prodotto di due quantità è ſempre minore della ſomma de' ſuoi dui quadrati *(quando eſſe due quantità ſono ineguali, che ſe fuſſero eguali, anco il doppio del prodotto loro ſaria eguale alla ſomma de' dui quadrati loro; poiche tanto importaria il quadrato di ciaſcuna d'eſſe, quanto il prodotto dell'vna in l'altra)* *(& in tanto quanto è il quadrato della differenza d'eſſe due quatità, come habbiamo veduto nel diſcorſo fatto nel principio di queſta Operatione ſeconda, o come ſi farà noto nella dimoſtratiour ſotto poſta)* ſi conoſce, che il doppio della R̃, del numero dell'Equatione ſi potrà ſempre cauare dal numero de' ꝛ. che altramente eſſa Equatione ſaria impoſſibile, & ſimilmente ſi vede, che la ꝛ. hauerà due valute, perche la poſitione d'1 ꝛ. potrà ſeruire all'vna, & all'altra delle due quantità da trouare.

Dimoſtratione. Di due quantità la ſomma de' quadrati loro è quanto il doppio del prodotto loro, giontoli il quadrato della differenza loro.

Siano le due quantità A 10. & B 2. la differenza delle quali è D 8. Inteſo A 10. diuiſo in D 8. & B 2. il quadrato di 10. ſarà eguale al dutto di 10. via 8. & al dutto di 10. via 2. Ma il dutto di 10. via 8. è quanto li dutti di 8. via 8. & di 2. via 8. A queſto dutto di 2. via 8. giunto il dutto di 2. via 2. cioè il quadrato di B 2. la ſomma ſarà quanto il dutto di 2. via la ſomma di 8. & 2. cioè via 10. onde il quadrato di A 10. inſieme con il quadrato di B 2. ſono eguali al dutto di 8. via 8. al dutto di 10. via 2. & al dutto di 2. via 10. ma il dutto di 8. via 8. è il quadrato di D 8. differenza di A, & B, & il dutto di 10. via 2. è vn dutto di A 10. in B 2. & anco il dutto di 2. via 10. è vn'altro dutto di B, in A, ò di A, in B, che è l'iſteſſo, però la ſomma de' quadrati di A, & B, è quanto il compoſto del quadrato di D, con dui dutti di A, in B, ò vogliamo dire con il doppio del dutto di eſſe A, & B, perilche la ſomma de' quadrati di A, & B, ſupera il doppio del dutto di A, in B, nel reſtante quadrato di D, differenza d'eſſe A, & B.

Terza. Dato il prodotto di due quantità, & la differenza loro trouare esse quantità.

SIA 20. il prodotto di due quantità, & 8. la differenza loro. Già sappiamo *(come si è mostrato nella antecedente seconda Operatione)* che il quadrato della differenza di due quantità giunto al quadruplo del prodotto loro, forma il quadrato della somma loro, onde à 64 quadrato di 8. differenza data, giunto 80. quadruplo di 20. prodotto dato, il composto 144. è il quadrato della somma delle due quantità, però essa somma sarà la ℞, di 144. cioè 12. dalla quale cauato 8. differenza loro, & resta 4. la mità 2. è la quantità min. però la maggiore sarà 8. di più, cioè 10.

Et per Algebra. Posta la quantità minore 1 *r*. l'altra maggiore sarà 1 *r* p̃ 8. il prodotto loro è 1 *z* p̃ 8 *r*. & è eguale à 20. prodotto dato, onde à 16. quadrato di 4. mità d'8. numero delle *r*. giunto 20. fà 36. la ℞, del quale è 6. che cauatone 4. mità d'8. numero delle *r* il restante 2. è il valore della *r*. & è la quantità minore posta 1 *r*. però 8. di più, cioè 10, sarà la maggiore.

Ma perche sappiamo, che à trouare detto 2. quãtità minore, si può con il modo di sopra dato, giungere il quadruplo di 20. con il quadrato di 8. cioè 80. con 64. & della somma 144. presa la ℞, che è 12. & di questo 12. cauato l'8. pigliare la mità del restante 4. che è il 2. cercato. Si vede, che à detta Equatione d'1 *z*. & *r*. eguale à numero si potria anco dare la Regola dicẽdo.

Al quadrato del numero delle *r*. si giunga il quadruplo del numero dell' Equatione, & dalla ℞, della somma si caui il numero delle *r*. che la mità del restante sarà il valore della *r*. Ma questa Regola saria simile all'ordinaria, perche à giungere il quadruplo d'vn numero 20. al quadrato d'vn numero 8. & della somma pigliare la ℞, che è 12. esso 12. è sempre doppio al 6. che è ℞, del numero, che nasce à sommare il solo 20. con il solo quadrato della mità dell'8. poiche essendo la somma di 80. & 64. quadrupla alla somma di 20. & 16. la ℞, della maggiore viene ad essere solamente doppia alla ℞, della minore; poi del 12. à cauarne l'8. & del restante 4. pigliarne la mità 2. resulta l'istesso, che à cauare la sola mità d' 8. dalla sola mità di 12. cioè 4. da 6. Conosciamo nondimeno, che quando noi non hauessimo cognitione della Regola dell'Equatione d'1 *z*. & *r*. eguale à numero, la potressimo deriuare dal sopradetto modo, & poi anco abbreuiarla, riducendola alla breuità del modo ordinario; Et vediamo, che questa Eqnatione di 1 *z*. & *r*. eguale à numero non può hauere se non vna sola valuta della *r*. perche si peruerrà ad essa Equatione nel ponere la quantità minore essere 1 *r*. qual quantità minore non può essere se non vna sola determinata quantità.

Et ponendosi la quantità maggiore essere 1 *r*. & la minore 1 *r* m̃ 8. il prodotto loro 1 *z* m̃ 8 *r*. saria eguale à 20. & però 1 *z*. eguale à 8 *r* p̃ 20. che in questa Equatione pure si giunge 16 quadrato di 4. mità d'8. numero delle *r*. con 20. & della somma 36. si piglia la ℞, che è 6. ma ad esso 6. si giunge il 4. mità dell 8. & fà 10. valore della *r*. che è la quantità maggiore; Quale Operatione può pure anch'ella deriuarsi dal modo sopradetto; Et conoscersi, che questa Equatione d'1 *z*. eguale à *r*. & numero, mediante la quale si troua sempre la quantità maggiore, hà sempre vna sola valuta della *r*. perche essa quantità maggiore è sempre vna istessa sola determinata quantità. Et ponendosi le due quantità essere 1 *r* p̃ 4. & 1 *r* m̃ 4. Il loro prodotto 1 *z* m̃ 16. sarà eguale à 20. onde giunto 16. à ciascuna banda si haurà 1 *z*. eguale à 36. però la *r*. valerà la ℞, di 36. cioè 6. *(che è sempre la mità della somma delle due quantità)* al quale 6. giunto, & cauato il 4. ne resultano 10. & 2. per le due quantità cercate; Onde di quì si può estrahere la Regola numerale, che dica. Al quadrato della mità della differenza delle due quantità si giunga il prodotto d'esse due quantità, & della somma si pigli la ℞, alla quale si giunga, & caui la mità della differenza delle due quantità, che i dui resultanti saranno le due quantità. Et la medesma Regola si estraheria dall'operare dell'altre due positioni. Et da questa istessa Regola breuemente estrahendo la Regola lineale si potria dire.

Problema, ouero Operatione.

DATA la grandezza d'vn rettangolo, & la differenza de' suoi dui lati contẽti vno de' quattro suoi angoli retti, trouare ciascuno d'essi dui lati. Regola.

Alla mità della differenza de' dui lati si accompagni ad angolo retto la potente nella grãdezza data, & ad esse due si tiri la subtensa a c, & sia a, il termine estremo della mità della differenza data, & c, il termine estremo della potente nella grandezza data, essendo r, il punto loro angolare retto; poi fatto centro il punto a, & semidiametro la subtẽsa a c, si formi vn cerchio, allungando poi la a r, da ciascuna bãda fino alla circonferẽza, & sia in g, verso a, & in n, verso r, che allhora le due rette r g, r n, saranno i dui lati cercati.

Dimo-

Dimoſtratione. Imaginato dalli dui termini n, & g, del diametro, alla cima, ò punto c, tirate le due rette n c, g c, elle formaranno l'angolo n c g, retto, perche ſarà fatto nel mezo cerchio, onde nel triangolo rettangolo n c g, inteſo, che hà l'angolo c, retto sù la oppoſtali baſe n g, tirata la perpendicolare c r, ella è media proportionale fra le due parti n r, r g, della baſe, & però il dutto di dette parti n r, r g, è eguale al quadrato di detta c r, ma al medeſmo quadrato di c r, *(per la conſtruttione)* è eguale il rettangolo da farſi, però il dutto di n r, in r g, ſarà eguale al rettangolo cercato. & conſequentemente eſſe n r, r g, ſaranno i lati d'eſſo rettangolo; & ſono differenti fra loro nella differenza data, perche r g, ſupera r n, nel doppio di a r, preſa eguale alla mità della differenza data.

In pratica ſi potria applicare dicendo. Si vuol fare vna ſtanza, Giardino, Tauola, ò altra coſa quadrangolare rettangola, eguale alla ſuperficie M, ma che i ſuoi dui lati contenenti vno de' quattro angoli retti, cioè la lunghezza, & la larghezza ſiano differenti fra loro quanto è la linea p a, ſi domanda eſſe lunghezza, & larghezza. Et così ſi poſſono accorgere i Legnaiuoli, Architetti, & altri, che à volere eſercitare le loro profeſſioni eccellentemente, conuiene hauere baſtenole cognitione delle Scienze de' numeri, & linee.

Ad vn Sergente potria ſeruire in queſito, che dicceſſe. Si hanno 2400. fanti da porre in ordinanza quadrangola tale, che nella fronte ſiano 30. fanti più, che nel fianco, ſi domanda quanti fanti ſaranno per fianco, & quanti per fronte. Che quì il rettangolo, ò prodotto de i lati è 2400. & la differenza de i lati è 30. però à 900. quadrato della differenza giunto il quadruplo del 2400. rettangolo de i lati, cioè giunto 9600. la ſomma 10500. è il quadrato della ſomma de i dui lati fianco, & fronte, però la ſua ℞, cioè 102. *(& non occorre tener conto del rotto, eſſendo queſte vnità di fanti indiuiſibili)* ſarà la ſomma d'eſſi dui lati; da queſta cauato il 30. differenza data de' dui lati reſta 72. che la ſua mità 36. ſarà il lato minore, cioè il fianco, & però il reſto del 102. cioè 66. ſarà la fronte; che moltiplicati inſieme fanno 2376. che ſaranno i fanti della ordinanza, perilche vi auanzaranno fanti 24.

Quarta. Dato il prodotto di due quantità, & la ſomma loro trouare eſſe due quantità.

SIa il prodotto delle due quantità 20. & la ſomma loro 12. Per trouare eſſe quantità ſappiamo, che dal quadrato della ſomma di due quantità cauato il quadruplo del prodotto loro, il reſtante è il quadrato della differenza loro, onde da 144. cauato 80. & del reſtante 64. preſa la ℞, che è 8. queſto 8. è la differenza delle due quantità, che cauata dalla ſomma 12. la mità del reſtante 4. cioè 2. è la quantità minore, & però 10. è la maggiore.

Per Algebra, poſto l'vna 1 *r*. & l'altra 12 m̃ 1 *r*. il prodotto loro 12 *r* m̃ 1 ☐. è eguale à 20. però 12 *r*. ſono eguali ad 1 ☐ p̃ 20. onde da 36. quadrato di 6. mità di 12. numero delle *r*. cauato 20. reſta 16. che la ℞, è 4. quale giunta, & cauata à 6. i reſultanti 10. & 2. ſono le due quantità. Et poſte le due quantità 6 p̃ 1 *r*. & 6 m̃ 1 *r*. il prodotto è 36 m̃ 1 ☐. eguale à 20. cioè 36. eguale ad 1 ☐ p̃ 20. che cauato 20. da 36. ſi haurà 1 ☐. eguale à 16. & la *r*. vale 4. però 6 p̃ 4. & 6 m̃ 4. cioè 10. & 2. ſono le due quantità.

Quinta. Data la differenza di due quantità, & la ſomma de i quadrati loro, trouare eſſe due quantità.

SIa la differenza delle due quantità 8. & la ſomma de i quadrati 104. Per trouare eſſe due quantità. Sappiamo già che alla ſomma de i quadrati loro gionto il doppio del prodotto loro ſe ne forma il quadrato della ſomma loro, & che ancora dalla medeſma ſomma de i quadrati delle due quantità cauato l'iſteſſo doppio del prodotto loro, il reſtante è il quadrato della differenza d'eſſe due quantità, perilche il quadrato della ſomma delle due quantità, & il quadrato della differenza delle iſteſſe due quantità, poſti inſieme vengono à contenere vna volta la ſomma delli dui quadrati delle quantità; il doppio del prodotto d'eſſe quantità; & vn'altra de' quadrati delle due quantità manco il doppio del prodotto d'eſſe quantità, onde compenſato il doppio del prodotto d'eſſe due quantità con il mãco il medeſmo doppio del prodotto d'eſſe due quantità *(poiche eſſo doppio del prodotto delle due quantità, che ſi giunge vna volta, ſi caua poi l'altra volta)* ſi vede, che il quadrato della ſomma delle due quantità con il quadrato della differenza delle iſteſſe due quantità, ſono eguali à due volte, cioè al doppio della ſomma de' quadrati delle due quantità, onde hora, che la differenza data delle due quantità è 8. & però il ſuo quadrato è 64. queſto deue eſſere differẽte dal doppio di 104. ſomma de' quadrati delle due

quantità

quantità intanto, quãto importa il quadrato della ſomma delle due quantità, perilche da 208. doppio del 104. cauato queſto 64. il reſtante 144. douerà eſſere il quadrato della ſomma delle due quantità, onde la ſua R. cioè 12. è la ſomma delle due quantità. & perche la differenza loro è 8. che cauata da 12. ſomma reſta 4. la ſua mità 2. ſarà la quantità minore, & però 10. ſarà la maggiore.

Per Algebra poſto la quantità minore 1 *r*. la maggiore ſarà 1 *r* p̃ 8. i loro quadrati ſono 1 *z*. & 1 *z* p̃ 16 *r* p̃ 64. la ſomma è 2 *z* p̃ 16 *r* p̃ 64. & è eguale à 104. cioè 2 *z* p̃ 16 *r*. eguale à 40. cioè 1 *z* p̃ 8 *r*. eguale à 20. che giunto il 20. à 16. quadrato di 4. mità del numero delle *r*. & della ſomma 36. preſa la R. che è 6. & da queſto cauato 4. mità dell' 8. numero delle *r*. il 2. reſtante è il valore della *r*. & però è la quantità minore, eſſendo poi 10. la maggiore. Ma poſto la quantità maggiore 1 *r*. la minore ſaria 1 *r* m̃ 8. i quadrati loro ſono 1 *z*. & 1 *z* m̃ 16 *r* p̃ 64. la ſomma loro è 2 *z* m̃ 16 *r* p̃ 64. & è eguale à 104. però 2 *z*. eguale à 16 *r* p̃ 40. cioè 1 *z*. eguale ad 8 *r* p̃ 20. Et poſto la quantità maggiore 1 *r* p̃ 4. & la minore 1 *r* m̃ 4. i quadrati loro ſaranno 1 *z* p̃ 8 *r* p̃ 16. & 1 *z* m̃ 8 *r* p̃ 16. la ſomma loro è 2 *z* p̃ 32. eguale à 104. cioè 1 *z* p̃ 16. eguale à 52. cioè 1 *z*. eguale à 36. che la *r*. vale 6. Et di qui la Regola ſaria, Cauare il quadrato della mità della differenza data dalla mità della ſomma de' quadrati delle due quantità nota, & alla radice del reſtante giongere, & cauare la mità della differẽza data, che i dui reſultanti ſarãno le due quãtità.

Et lo Studente può ſempre per ſua eſercitatione da ciaſcuno delli diuerſi modi ò giudiciali, ò Algebratici eſtraherne & le Regole numerali, & le lineali, che io per breuità ne laſſo à lui la cura, eſſendo maſſime coſe facilisſime.

Seſta. Data la ſomma di due quantità, & la ſomma de i dui quadrati loro, trouare eſſe due quantità.

SIA 12. la ſomma delle due quantità, & 104. la ſomma de i dui quadrati loro. Per trouare eſſe due quantità, ſappiamo che il doppio della ſomma de i quadrati delle due quantità, cioè hora 208. ſupera il quadrato della ſomma d'eſſe due quantità, cioè hora 144. nel quadrato della differenza delle due quantità, però eſſo quadrato della differenza delle due quantità ſarà il 64. che reſta cauare 144. da 208. & la R. del 64. cioè 8. ſarà eſſa differenza delle due quantità, però eſſe ſaranno 2. & 10. come più volte s'è detto. Operiſmò anco per Algebra, & ſe ne deriuino le Regole al ſolito.

Settima. Data la ſomma di due quantità, & la ſomma de i dui quadrati loro, trouare eſſe due quantità.

SIA 8. la differenza delle due quantità, & 96. la differenza de i dui quadrati loro. Quando la differenza di dui quadrati s'applica alla differenza de i dui lati loro, ne naſce la ſomma delli dui lati, perche conuerſamente moltiplicãdo la differenza de i dui lati via la ſomma d'eſſi dui lati, ſe ne produce la differenza de i dui quadrati loro. Cioè partito la differenza de i quadrati di due quantità per la differenza de i dui lati d'eſſi quadrati, ò vogliamo dire per la differenza delle due quantità, che ſono le radici, ò lati d'eſſi dui quadrati, l'auuenimento è la ſomma de i dui lati, ò quantità dette, però partito 96. per 8. l auuenimento 12 è la ſomma delle due quantità, differenti nell' 8. dato, onde elle ſono 2. & 10. Et che il prodotto della ſomma di due quantità moltiplicata via la differenza d'eſſe quantità, ſia eguale alla differenza de i quadrati delle medeſme due quantità, ſi può dimoſtrare così.

Siano le due quantità A. & B. ma per commodità adoprando i numeri in vece di lettere dell'Alfabeto, daremo il nome di numero alle quantità, alli quadrati loro, &c. *(quali nomi di numeri ſi pigliano come nomi, & non come numeri particolari, & però ſi poſſono traſmutar ſempre in altri nomi, ò di lettere, ò di parole, à beneplacito)* dicendo, ſiano le due quantità 10. & 2. la loro differenza 8. la ſomma 12. i quadrati loro 100. & 4. & la differenza d'eſſi quadrati 96. quale ſi dice eſſere eguale al prodotto, che naſce à moltiplicare 12. ſomma delle due quantità via 8. differẽza loro.

Dimoſtratione. Intelo 10. diuiſo in 2. & 8. il dutto di 10. in 10. ſarà quanto li dutti di 8. in 10. & di 2. in 10. Ancora il dutto di 2. in 10. è quanto li dutti di 8. in 2. & di 2. in 2. *(che 8. & 2. formano il totale 10.)* onde il dutto di 10. in 10. cioè il quadrato di 10. è quanto queſti tre dutti, cioè di 8. in 10. di 8. in 2. & di 2. in 2. onde da eſſi tre dutti leuato l'vltimo di 2. in 2. cioè il quadrato di 2. quantità minore, li dui reſtanti di 8. in 10. & di 8. in 2. vengono à formare la differenza, che è dal quadrato di 10. al quadrato di 2. *(ò vogliamo dire compengono quello, in che il*

quadrato della maggior quantità ſopra il quadrato della minore) ma 8. via 10. & 8. via 2. importa no quanto il ſolo dutto di 8. via la ſomma di 10. & 2. cioè via 12. però 8. via 12. è quanto il 96. differenza de' quadrati di 10. & 2. & perche 8. è la differenza delle due quantità 10. & 2. & 12. è la ſomma loro, è chiaro, che il dutto della loro ſomma via la loro differenza è eguale alla differenza de' quadrati delle iſteſſe due quantità.

Per Algebra poſto la quantità minore 1 *r*. & la maggiore 1 *r* p 8. li quadrati ſono 1 *z*. & 1 *z* p 16 *r* p 64. la loro differenza è 16 *r* p 64. il che è eguale à 96. onde cauato 64. da 96. che reſta 32. queſto è eguale à 16 *r*. però la *r*. vale 2. & è la quantità minore. La Regola dunque ſarà, Cauaſi il quadrato della differenza delle due quantità dalla differenza de' quadrati d'eſſe quantità, & il reſtante ſi parta per il doppio della differenza d'eſſe due quantità, che l'auuenimento ſarà la quantità minore.

Ma poſto la quantità maggiore 1 *r*. la minore ſarà 1 *r* m 8. i quadrati ſono 1 *z*. & 1 *z* m 16 *r* p 64. la differenza loro è 16 *r* m 64. & è eguale à 96. onde giunto 64. à 96. fà 160. & queſto è eguale à 16 *r*. però la *r*. vale 10. & è la quantità maggiore. La Regola è. Alla differenza de' quadrati delle due quantità ſi giunga il quadrato della differenza d'eſſe due quantità, & la ſomma ſi parta per il doppio della differenza d'eſſe due quantità, che l'auuenimento ſarà la quantità maggiore.

Et ponendoſi la maggiore 1 *r* p 4. & la minore 1 *r* m 4. i quadrati loro ſaranno 1 *z* p 8 *r* p 16. & 1 *z* m 8 *r* p 16. la differenza loro ſarà 16 *r*. & queſto è eguale à 96. però la *r*. vale 6. & le quantità ſono 6 p 4. & 6 m 4. cioè 10. & 2. La Regola ſaria: Partaſi la data differenza de i quadrati delle due quantità per il doppio della differenza data d'eſſe due quantità, & all'auuenimento ſi giunga, & ſi cauì la metà della differenza delle due quantità, che i reſultanti ſaranno le due quantità.

Ottaua. Data la ſomma di due quantità, & la differenza de i dui quadrati loro, trouare le due quantità.

SIA la ſomma di due quantità 12. & 96. la differenza de i dui quadrati loro. Per trouare le due quantità già ſappiamo, che il dutto della ſomma di due quantità nella loro differenza produce il 96. differenza de' quadrati loro, però partendo eſſo 96. per la ſomma data 12. l'auuenimento 8. ſarà la differenza delle due quantità, per le che le ſaranno 10. & 2.

Nona. Dato il prodotto di due quantità, & la differenza de i quadrati loro, trouare eſſe due quantità.

SIA 20 B. il prodotto delle due quantità, & 96 D. la differenza de i quadrati loro. Per trouare eſſe quantità, Supposto A. eſſere la ſomma de i dui quadrati delle quantità, giongendoſi il doppio del prodotto B. cioè di 20. *(che il prodotto B. chiameremo 20. & il ſuo doppio 40.)* la ſomma cioè A p 40. ſarà il quadrato della ſomma delle due quantità *(per quello che già è dimoſtrato)* & ſe dal medeſimo A. ſomma de i quadrati delle due quantità, cauaremo ſimilmente il doppio del prodotto B. cioè 40. il reſtante A m 40. ſarà il quadrato della differenza delle due quantità. Ancora la ſomma delle due quantità moltiplicata via la differenza d'eſſe quantità produce la differenza de i quadrati delle iſteſſe due quantità *(come ſi è moſtrato nella ſeſtima Operatione)* quale differenza è data, & è noto eſſere 96. & la chiameremo, ò nominaremo per 96. onde A p 40. & 96. & A m 40. ſaranno tre quantità continue proportionali, cioè il quadrato della ſomma delle due quantità *(& per commodità chiamiſi 144.)* il 96. differenza de' quadrati delle due quantità, & il quadrato della differenza delle dette due quantità, & chiamiſi 64. *(perche ſuppoſto per commodità, che ſiano note le due quantità 2. & 10. & però la ſomma loro 12. & la differenza loro 8. ſappiamo, che il dutto di 12. in 8. cioè 96. è medio proportionale fra il quadrato di 12. che è 144. & il quadrato di 8. che è 64. poiche da 144. à 96. è come da 12. à 8. naſcendo eſſi 144. & 96. da moltiplicare detti 12. & 8. per un iſteſſo 12. & anco da 96. à 64. ſimilmente come è dal medeſimo 12. al medeſimo 8. naſcendo eſſi 96. & 64. da moltiplicare detti 12. & 8. per un'iſteſſo 8.)* ma di tre quantità continue proportionali il quadrato della media è quanto il prodotto delle due eſtreme, però il quadrato di 96. cioè 9216. ſarà eguale al dutto di 144. in 64. ma hora, perche eſſi 144. & 64. ſono ignoti, diciamo al dutto di A p 40. in A m 40. che poſto A *r*. potremo dire al dutto di 1 *r* p 40. in 1 *r* m 40. quale è 1 *z* m il quadrato di eſſo 40. *(doppio di 20. dato)* cioè quale è 1 *z* m 1600. ſappiamo dunque, che 1 *z* m 1600. è eguale à 9216. & però giongendo 1600. à ciaſcuna hauremo

haueremo 1 ☍. eguale à 10816. però la ☍. valerà 104. onde A. posto 1 ☍. sarà 104. al quale giunto, & cauato 40. doppio di 20. rettangolo, ò prodotto dato delle due quantità, i dui resultanti 144. & 64. saranno i quadrati della somma, & della differenza delle due quantità, però esse somma, & differenza saranno 12. & 8. onde le due quantità saranno 10. & 2. Et così si vede, che al quadrato della differenza de' quadrati delle dua quantità giunto il quadrato del doppio del prodotto delle due quãtità, ne resulta il quadrato della somma de i quadrati delle due quãtità. Onde la ℞, quadra di questo resultante è la somma de i quadrati delle due quantità. Dato dunque il prodotto di due quantità, & la differenza de i dui quadrati loro, si manifestarà la somma de i quadrati d'esse due quantità.

Ancora dato la somma de i quadrati delle due quantità, & la differenza loro, ouero il prodotto delle due quantità, si manifestano esse due quantità. Che la somma 104. de i quadrati delle due quantità 10. & 2. supera il quadraro della quantità maggiore 10. nel quadrato della minore 2. & la differenza 96. de i medesmi dui quadrati delle due quantità è superata dal quadrato della maggiore nel quadrato della quantità minore detta (cioè 104. è quanto 100 p 4. & 96. è quãto 100 m̃ 4.) onde la somma 104. con la differenza 96. fanno in tutto quanto il doppio del quadrato della quantità maggiore (che 100 p 4. & 100 m̃ 4. fanno due volte 100. cioè 200.) però data la somma 104. de i dui quadrati delle due quantità, & la differenza loro 96. elle si giunghino insieme, & del composto 200. si pigli la mità 100. che questo 100. è il quadrato della quantità maggiore, del quale si pigli la ℞, che è 10. & questo 10. è la quantità maggiore.

Ancora cauato il 100. detto da 104. ouero 96. da esso 100. che resta 4. questo 4. sarà il quadrato della quantità minore, però la sua ℞, cioè 2. sarà essa quantità minore.

Ancora, perche la differenza de i dui quadrati delle due quantità è inferiore alla somma de i dui quadrati delle istesse due quantità, in quanto importa due volte, cioè nel doppio del quadrato della quantità minore, Cauato 96. da 104. & del restante 8. presa la mità 4. & di questo 4. presa la ℞, che è 2. esso 2. sarà la quantità minore. Et se fusse dato la somma de i dui quadrati delle due quantità 104. & il prodotto d'esse due quantità 20. Sappiamo, che al 104. giunto, & cauato 40. doppio del prodotto delle due quantità, i dui resultanti 144. & 64. sono i quadrati della somma, & della differenza delle due quantità, però le loro radici, cioè 12. & 8. sono la somma, & differenza, onde cauato 8. da 12. la mità del 4. rimanente, cioè 2. è la quantità minore, & però 10. la maggiore.

Si può notare, che essendosi veduto di sopra, che à giungere 9216. quadrato di 96. differenza de' quadrati delle due quantità (o dutto della somma delle due quantità, nella differenza loro) con 1600. quadrato di 40. doppio di 20. prodotto delle due quantità, fà 10816. che è il quadrato di 104. somma de i quadrati delle due quantità; Si conosce, che date due quantità, che sono il 2. & 10. & formati i quadrati loro, & essi gionti insieme, & del composto trouato il quadrato, egli è tanto, quanto è quello, che resulta dal giungere al quadrato della differenza di detti dui quadrati primi (cioè al quadrato di 96.) ò vogliamo dire al dutto della somma 12. delle due quantità nella differẽza loro 8. il quadrato del doppio del dutto d'esse due quantità 10. & 2. fra loro.

Ma volendo soluere il quesito principale per Algebra, cioè, Dato il rettangolo, ò prodotto delle due quantità 20. & la differenza de i dui quadrati loro 96. volendo trouare le due quãtità. Potremo ponere vna delle due quantità, & sia la minore 1 ☍. che l'altra maggiore sarà $\frac{20}{1\,☍}$. i quadrati sono 1 ☍. & $\frac{400}{1\,☍}$. che cauato questo minore da 1 ☍. maggiore resta 1 ☍ m̃ $\frac{400}{1\,☍}$. il che è eguale à 96. & leuato il rotto, moltiplicando ogni cosa per 1 ☍. denominatore, haueremo 1 ✱ m̃ 400. eguale à 96 ☍. cioè 1 ✱. eguale à 96 ☍ p̃ 400. nella quale Equatione al numero 400. si giunge 2304. quadraro di 48. mità di 96. numero de' ☍. & della somma 2704. si piglia la ℞, che è 52. & ad essa si giunge il 48. mità del 96. numero de' ☍. & fà 100. che è il valore del ☍, però la ☍, che è ℞, del ☍. valerà la ℞, di 100. cioè 10. onde 10. sarà la quantità maggiore, con il qual 10. partendo il prodotto loro 20. l'auuenimento 2. sarà la quantità maggiore.

Et perche vedessimo, che al quadrato di 96. giunto il quadrato di 40. (doppio del rettangolo, à prodotto 20.) la somma 10816. è il quadrato di 104. somma de' quadrari delle due quantità, conosciamo, che hora al quadrato di 48. mità del 96. giongendo il quadrato di 20. mità del 40. la somma 2704. verrà ad essere il quadrato della mità della somma de' dui quadrati delle due quantità, cioè la sua ℞, hora 52. sarà la mità delli dui quadrati delle due quantità, & però giontoli, & cauaroli solo 20. prodotto delle due quantità, i resultanti 72. & 32. saranno le sole mità de i quadrati della somma delle due quantità, & della differenza d'esse due quantità, che

perciò le ℟. de i loro doppij 144. & 64. che ſono 12. & 8. ſaranno eſſa ſomma delle due quantità, & differenza delle medeſme quantità. Quero, & però le ℟. delle loro mità 36. & 16. che ſono 6. & 4. ſaranno la mità della ſomma, & la mità della differenza delle due quantità, però la loro ſomma 10. & la loro differenza 2. ſaranno le due quantità cercate.

La Regola mò deriuandoſi dalla ſopradetta poſitione Algebratica ſarà queſta. Dato il rettangolo, ò prodotto di due quantità, & la differenza de i dui quadrati loro. Per trouare eſſe due quantità Giungaſi il quadrato della mità della differenza de' quadrati, con il rettangolo delle due quantità, & della ſomma preſa la ℟. ad eſſa ſi giunga la mità della differenza de' quadrati delle due quantità, & della ſomma preſa la ℟. B, ella ſarà la quantità maggiore. Ancora ſe dalla ℟. B, ſi cauaſſe la mità della differenza de' quadrati delle due quantità, & del reſtante ſi pigliaſſe la ℟. ella ſaria la quantità minore. Perche eſſendo la ℟. B, cioè il 52. la mità della ſomma de' quadrati delle due quantità, ſe ad eſſa ſi giunge la mità della differenza d'eſſi quadrati, ne reſulta il quadrato della quantità maggiore, ma quando ſe ne caua la iſteſſa mità della differenza de' quadrati delle due quantità, ne reſulta il quadrato della quantità minore. Il che ſi conoſce anco dalla Operatione Algebratica, ponendo la quantità minore eſſere 1 ℟. & la maggiore 20.eſimo d'1 ℟.

Sia la quantità minore 1 ℟

la maggiore $\frac{20}{1\,\text{R}}$

però 1 2. cauato da $\frac{400}{1\,\text{R}}$ reſta $\frac{400}{1\,\text{R}}$ m̃ 1 2. eguale à 96.

Cioè 400. eguale à 1 ℟ p̃ 96

48

48

2304

400

2704

52

ſi caua 48

reſta 4

la ℟. è 2. per la quant. min.

Decima. Data la ſomma B, compoſta, ò contenuta dal prodotto di due quantità, & dalli dui quadrati d'eſſe quantità, & anco dato vna d'eſſe due quantità trouar l'altra.

SIA B, contenuto dal prodotto delle due quantità, & dalli dui quadrati delle due quãtità, 124. & ſia D, vna delle due quantità, 2. per trouar l'altra; Pono, che eſſa quantità, che ſi cerca, giontoli la mità della data, ſia 1 ℟. che così eſſendo 1. la mità della data, la ſola cercata verrà ad eſſere 1 ℟ m̃ 1. il ſuo quadrato è 1 2 m̃ 2 ℟ p̃ 1. che giunto al quadrato di 2. dato, cioè à 4. & al ꝓdotto delle due quantità, cioè da 2. via 1 ℟ m̃ 1. che è 2 ℟ m̃ 2. fà 1 2 p̃ 3. & queſto è eguale à 124. dato, onde cauato 3. *(qual 3. dall'operare, ò dalla conſideratione in aſtratto, ſi conoſce eſſere ſempre li ¼. del quadrato della quantità data)* da 124. il reſtante 121. è eguale ad 1 2. però la ℟. vale 11. onde la quantità ignota poſta 1 ℟. manco la mità della nota, cioè manco 1. ſarà 11 m̃ 1. cioè 10.

Et ſe fuſſe nota la quantità 10. Poſto l'ignota 1 ℟ m̃ 5. il ſuo quadrato ſarà 1 2 m̃ 10 ℟ p̃ 25. Il quadrato della nota è 100. Il rettangolo, ò prodotto delle due quantità, cioè di 1 ℟ m̃ 5. via 10. è 10 ℟ m̃ 50. che giunti inſieme fanno 1 2 p̃ 75. & queſto è eguale à 124. onde da 124. cauato 75. il reſtante 49. è eguale ad 1 2. però la ℟. vale 7. onde la quantità cercata ſarà 7 m̃ 5. cioè 2. Reg.

Dalla ſomma data B, ſi caui li ¼. del quadrato della quantità nota, & dalla ℟. del reſtante ſi caui la mità di detta quantità nota, che il rimanente è la quantità ignota.

Ancora ſi può conſiderare, che ſe 124. è la ſomma de i quadrati di due quantità con il rettangolo d'eſſe due quantità, & che la quantità nota ſia 2. il quadrato della quale è 4. che cauato da 124. dato, il 120. che reſta ſarà perciò la ſomma del ſolo quadrato della quantità ignota, inſieme con il prodotto delle due quantità, onde poſto la quantità ignota 1 ℟ m̃ 1. il ſuo quadrato 1 2 m̃ 2 ℟ p̃ 1. giunto à 2 ℟ m̃ 2. dutto delle due quantità fà 1 2 m̃ 1. & queſto è eguale à 120. cioè 1 2. eguale à 121. perilche la ℟. vale 11. & la quantità ignota è 11 m̃ 1. cioè 10.

Et ſe la quantità nota fuſſe 10. che così il quadrato della ignota con il ꝓdotto delle due quantità ſaria 24. *(onde l'ignota conuien che ſia tale, che il dutto d'eſſa in 10. & anco in ſe ſteſſa faccino 24. & però che ſia tale, che giunta à 10. & la ſomma moltiplicata per eſſa ignota, il prodotto ſia 24.)* poſto l'ignota 1 ℟ m̃ 5. il ſuo quadrato 1 2 m̃ 10 ℟ p̃ 25. giunto à 10 ℟ m̃ 50. dutto delle due quantità, fà 1 2 m̃ 25. il che è eguale à 24. onde giunto 25. *(che è ſempre l'¼. del quadrato della quantità nota)* à ciaſcuna banda, haueremo 1 2. eguale à 49. però la ℟. vale 7. onde la quantità cercata ſarà 7 m̃ 5. cioè 2.

cioè 1. Et la Regola ſarà. Data vna delle due quantità, che formano vn rettangolo, ò prodotto, & data la ſomma d'eſſo prodotto con il quadrato della quantità ignota. Per trouare la quantità ignota. Alla ſomma data ſi giunga l'¼. del quadrato della quantità nota, ò vogliamo dire il quadrato della mità della quãtità nota, & dalla R, della ſomma ſi cauì la mità della quantità nota, che il reſtante ſarà la quantità ignota.

Onde eſſendo 10. la quantità nota, & 24. la ſomma del prodotto loro inſieme con il quadrato della quantità ignota, noi ad eſſo 24. giongeremo 25. quadrato di 5. mità della quantità nota, & della ſomma preſa la R, che è 7. ne cauaremo il 5. mità detta del 10. & reſtarà 2. che è la quantità ignota. Se mò operando per Algebra all ordinario ponesſimo la quantità ignota eſſere 1 *r.* il ſuo quadrato ſaria 1 *z.* & il dutto d'eſſa quantità 1 *r.* nella data 10. è 10 *r.* che con 1 *z.* fà 1 *z* p̃ 10 *r.* & è eguale à 24. Et perche il valore della *r.* ſappiamo douere eſſere 2. & eſſo 2. habbiamo veduto, che ſi troua à giongere il 24. dato con il quadrato di 5. mità del 10. quantità nota *(qual 10. in queſta Equatione d' 1 z p 10 r. eguale à 24. ſi vede eſſere ſempre il numero delle r.)* & fà 49. & d'eſſo preſa la R, che è 7. cauarne la mità detta del 10. *(cioè la mità del numero delle r. di queſta Equatione)* che il reſtante 2. è la quantità cercata, Veniamo à conoſcere, che nell'Equatione d' 1 *z.* & *r.* eguale à numero *(quale ſi può ſempre dedurre, ò derivare da queſta ſimile al ſopradetto)* per trouare il valore della *r.* la Regola è, che. Al numero dell'Equatione ſi giunga il quadrato della mità del numero delle *r.* & dalla R, della ſomma ſi cauì la mità iſteſſa del numero delle *r.* che il reſtante ſarà il valore della *r.*

Si può ancora dire, Che ciaſcuna Equatione d' 1 *z.* & *r.* eguale à numero, poniamo d' 1 *z* p̃ 10 *r.* eguale à 24. potendoſi dedurre da queſito, che dica, Trouiſi vna quantità D, tale, che al ſuo quadrato giunto il prodotto d'eſſa in 10. *(numero delle r.)* ò tale, che giontoli 10. & la ſomma moltiplicata per eſſa quantità *(ò vogliamo dire tale, che moltiplicata per vn'altra quantità, che ſia 10. di più di lei)* il prodotto ſia 24. ponendoſi la quantità D, cercata eſſere 1 *r.*

Si viene anco à poter ridurre, ò traſmutare in Equatione ſimplice di *r.* eguale à numero *(& però di r. eguale à numero)* con il ponere la quantità D, da trouarſi eſſere non 1 *r.* ma 1 *r.* manco la mità del 5. dato, cioè ponendoſi, che ſia 1 *r* m̃ 5. che giontoli il 10. fà 1 *r* p̃ 5. qual ſomma moltiplicata per eſſa 1 *r* m̃ 5. produce 1 *z* m̃ 25. & queſto è eguale al 24. che però 1 *z.* è eguale à 49. & la *r.* vale 7. però la quantità D, poſta 1 *r* m̃ 5. farà 7 m̃ 5. cioè 2. che moltiplicata via 10. di più, cioè via 12. fà 24. Et che la reduttione, ò traſmutatione ſi fà giungendo il quadrato della mità del numero delle *r.* cioè hora 25. che è ſempre il quadrato di 5. mità del 10. numero delle *r.* al numero della Equatione, che hora è 24. & la ſomma 49. è ſempre numero, che ſi hà da aggiugliare ad 1 *z.* & il valore della *r.* in queſta Equatione d' 1 *z.* eguale à numero, è ſempre maggiore del valore della *r.* nell'Equatione principale d' 1 *z.* & *r.* eguale à numero, in tanto, quanto importa la mità del numero delle *r.* d'eſſa Equatione principale, onde leuatolo dal valore della *r.* dell'Equatione ſimplice, il reſtante ſarà il valore della *r.* nell' Equatione principale. Et così hauendo 1 *z* p̃ 5 *r.* eguale à 234. ella ſi ridurrà ad 1 *z.* eguale à 240¼. & perche quì il valore della *r.* è 15½. iui egli ſarà 15½. manco 2½. cioè 13. & il medeſmo auuerta nell'altre.

Vndecima. Dato il compoſto del prodotto di due quantità, inſieme con i dui quadrati loro, & data la ſomma delle due quantità, trouare ciaſcuna d'eſſe due quantità.

SIA B 124. il compoſto del prodotto di due quantità, con i dui quadrati loro, & G 12. la ſomma delle due quantità, & ſi cerchino eſſe due quantità. Ponaſi il prodotto delle due quãtità eſſere A 1 *r.* & perche il quadrato della ſomma di due quantità è eguale alli quadrati d'eſſe due quantità, & al doppio del prodotto delle medeſme due quantità *(poiche (come s'è veduto) quando vna quãtità è diuiſa in due parti, il quadrato d'eſſa quantità è eguale alli dui quadrati delle due parti giontoli il doppio del dutto dell' vna parte nell altra)* il quadrato di G, cioè 144. ſarà eguale al dato B 124. *(che contiene i quadrati delle due quantità, & vn ſolo prodotto loro)* giontoli A 1 *r.* poſto eſſere vn prodotto delle due quantità, cioè 144. ſarà eguale à 124 p̃ 1 *r.* onde cauato 124. da 144. il reſtante 20. ſarà eguale ad 1 *r.* & però la *r.* cioè il prodotto delle quantità ſarà 20. Il ſuo quadruplo cauato dal quadrato della ſomma delle due quantità, cioè cauato 80. da 144. reſtarà il quadrato della differenza delle due quantità, però egli ſarà 64. onde eſſa differenza delle due quantità è 8. però le due quantità ſono 10. & 2. La Regola ſarà.

Cauare il B, contenente il prodotto delle due quantità, & li dui quadrati loro dal quadrato della ſomma data delle due quantità *(che il reſtante ſarà il prodotto delle due quantità)* & il quadruplo di queſto reſtante ſottrarlo dal quadrato della ſomma delle due quantità, che il rimanente

ſarà

ſarà il quadrato della differenza delle due quantità, & però la ſua Rz, ſarà la differenza d'eſſe quantità, che cauata dalla ſomma loro, la mità del rimanente è la quantità minore.

Et ſe per Algebra operando al modo ordinario ſi poneſſe vna delle due quantità eſſere 1 r. & l'altra 12 m 1 r. il lororettangolo ſarà 12 r m 1 r.& i quadrati 1 r.& 144 m 24 r p 1 r. Il che tutto ſà in ſomma 1 r m 12 r p 144. q̃ſto ſaria eguale à 124. ſomma data, & però ſi haueria 1 r. p 20. eguale à 12 r. (*che il 12. numero delle r. e ſempre il 12. ſomma data delle due quantità, & il 20. numero della Equatione è ſempre quello, che reſta à cauare il 124. compoſto dato, da 144. quadrato di 12. ſomma delle due quantità*) onde da 36. quadrato di 6. mità di 12. numero delle r. ſi cauaria 20. & del reſtante 16. preſa la Rz. 4. ella ſi giongeria, & anco cauaria à 6. mità del numero delle r. & la ſomma 10. & anco il reſtante 2. ſaria il valore della r. & però ciaſcuna d'eſſe due valute ſaria vna delle due quantità cercate. Quale Operatione è ſimile alla ſuperiore, doue da 144. quadrato di 12. ſi cava 80. quadruplo del 20. & del reſtante 64. preſa la Rz. che è 8. ella ſi giunge, & caua al 12. che le mità de i dui reſultanti ſono le due quãtità. Solo ſono differenti nella breuità, che in l'vna s'adopra il 12. totale, & nell'altra s'adopra la ſua mità 6. &c.

Et ponendoſi vna delle due quãtità eſſere 6 p 1 r.& l'altra 6 m 1 r. il prodotto loro è 36 m 1 z. I quadrati ſono 36 p 12 r p 1 z. & 36 m 12 r m 1 z. & il compoſto di tutti eſſi è 108 p 1 z. il che è eguale à 124. onde cauato 108. (*che è ſempre il triplo del quadrato della mità del 12. ò li ¾. del quadrato del 12. ſomma delle due quantità*) dal 124. dato, il reſtante 16. è ſempre eguale ad 1 z. però la r. vale la Rz. di 16. cioè 4. onde 6 p 4. & 6 m 4. cioè 10. & 2. ſono le due quantità. Però la Regola, che ne deriuaria è. Dal B. dato cauiſi il triplo del quadrato della mità della ſomma delle due quantità, & la Rz. del reſtante ſi giunga, & caui ad eſſa mità, che i dui reſultanti ſaranno le due quantità.

Duodecima. Dato il B. compoſto del prodotto di due quantità, inſieme con i dui quadrati loro, & dato eſſo prodotto delle due quantità, trouare ciaſcuna di loro.

SIA 124. il B. & 20. il prodotto delle due quantità, che giontolo al 124 B. la ſomma 144. contenirà i dui quadrati delle due quantità, & dui prodotti d'eſſe due quãtità, però ſarà il quadrato della ſomma delle due quantità, onde la ſua Rz. cioè 12. ſarà la ſomma d'eſſe, Et da eſſo 144. cauato il quadruplo del prodotto delle due quantità, cioè cauato 80. il reſtante 64. ſarà il quadrato della differenza delle due quantità, però la Rz. di 64. cioè 8. ſarà la differenza delle due quantità, onde le due quantità ſaranno 6 p 4. & 6 m 4. ò vogliamo dire, onde 12 p 8. ſarà il doppio della quantità maggiore, & 12 m 8. ſarà il doppio della minore; però elle ſaranno la mità di 20. & la mità di 4. cioè 10. & 2.

Decimaterza. Data la ſomma, & anco la differenza de' dui quadrati di due quantità, trouare eſſe due quantità.

SIA B. ſomma 104. & D. differenza 96. dunque il doppio del quadrato maggiore ſarà B p D. cioè 104 p 96. cioè 200. (*perche 104. ſomma de i dui quadrati ſupera il quadrato della quantità maggiore nel quadrato della minore, & 96. differenza de i dui quadrati è ſuperata dal quadrato della quantità maggiore in quanto importa il quadrato della minore, onde 104. è il quadrato della maggiore p. il quadrato della minore, & 96. è il quadrato della maggiore m. il quadrato della minore; onde la ſomma di 104. & 96. è due volte preciſe il quadrato della quantità maggiore*) però la ſua mità 100. ſarà il quadrato della quantità maggiore, & ella ſarà la Rz. di 100. cioè 10. Ouero, dunque il doppio del quadrato della quantità minore ſarà B 104 m D 96. cioè ſarà 8. però eſſo quadrato ſarà 4. & la quantità minore 2. Che 104. contiene il quadrato della quãtità maggiore, & il quadrato della minore, cioè è diſtante in più dal quadrato della quantità maggiore in vn quadrato della minore, & 96. è diſtante in meno dal medeſmo quadrato della quantità maggiore in vn quadrato della quantità minore iſteſſa, però 96. & 104. ſono diſtanti fra loro in dui quadrati della quantità minore, ma eſſa diſtanza di 96. à 104. è 8. però 8. contiene dui quadrati della quantità minore, la ſua mità dunque 4. ſarà il quadrato della quantità minore, & ella ſarà 2.

Decimaquarta. *Data la ſomma, & anco la differenza de i dui cubi di due quantità, trouare eſſe due quantità.*

SIA la ſomma de i dui cubi 370. & la differenza d'eſſi dui cubi 316. Dunque *(come anco nelli quadrati)* la ſomma d'eſſi 370. & 316. cioè 686. è il doppio del cubo maggiore, però egli è 343. onde la ſua R. cuba, cioè 7. ſarà la quantità maggiore. Et ſimilmente la differenza d'eſſi 316. & 370. cioè 54. è il doppio del cubo minore, però egli è 27. & la ſua R. cuba, cioè 3. è la quantità minore.

L'iſteſſo modo, ò Regola ſi trouaria adoprando ſemplicemente l'Algebra, Che poſto il maggior cubo 1 ☐. il minore ſaria 370 m 1 ☐. & queſto cauato dal maggiore 1 ☐. reſta 2 ☐ m 370. & deue eſſere 316. onde 2 ☐ m 370. è eguale à 316. però giunto 370. à ciaſcuna parte, ſi haurà 2 ☐. eguale à 686. però 1 ☐. valerà 343. & è il maggiore de li dui poſto eſſere 1 ☐. Che ſe poneſſimo il minore eſſere 1 ☐. il maggiore ſaria 370 p 1 ☐. dal quale cauato 1 ☐. minore, reſta 370 m 2 ☐. però è eguale à 316. cioè 370. eguale à 2 ☐ p 316. onde cauato 316. da ciaſcuna banda, ſi haurà 2 ☐. eguale à 54. & 1 ☐. ſarà 27. & però 27. ſarà il cubo minore. Ouero ponendo il maggiore 1 ☐. il minore ſaria 316. loro differenza di manco, cioè ſatia 1 ☐ m 316. & la loro ſomma ſaria 2 ☐ m 316. ma deue eſſere 370. però 2 ☐ m 316. è eguale à 370. cioè 2 ☐. eguale à 686. & però 1 ☐. & il maggiore, ſarà 343. Che poſto il minore eſſere 1 ☐. il maggiore ſaria 316. di più, cioè 1 ☐ p 316. & la ſomma loro è 2 ☐ p 316. però è eguale à 370. cioè 2 ☐. eguale à 54. però 1 ☐. valerà 27. & queſto è il minore.

Decimaquinta. *Data la differenza de i cubi di due quantità, & il prodotto d'eſſe due quantità, trouare dette due quantità.*

SIA la differenza de i dui cubi 316. & il prodotto delle due quantità loro R. cube ſia 21. per trouare eſſe due quantità.

Sappiaſi, che il quadrato della differenza de cubi inſieme con il quadruplo del cubo del prodotto delle due quantità, che ſono loro R. cube, agguaglia il quadrato della ſomma de' dui cubi *(come anco auuiene nei quadrati, che il quadrato della differenza di due quadrati, inſieme con il quadruplo del quadrato del prodotto delle due quantità, che ſono loro radici quadre, agguaglia il quadrato della ſomma de' dui quadrati.)* Et così il quadrato della ſomma de' dui cubi, meno il quadrato della differenza loro, è eguale al quadruplo del cubo del prodotto delle due quantità, che ſono loro R. cube?

Hora poſto la ſomma de i dui cubi eſſere 1 ☐. il ſuo quadrato 1 ☐. ſarà eguale al quadrato di 316. che è 99856. & al quadruplo di 9261. cubo di 21. che è 37044. & ſanno in tutto 136900. cioè 1 ☐. ſarà eguale à 136900. & la ☐. valerà la R. di 136900. cioè 370. & queſto è la ſomma de' cubi poſta 1 ☐. onde il doppio del cubo maggiore ſarà 370 p 316. cioè 686. però egli ſarà 343. & il doppio del cubo minore ſarà 370 m 316. cioè 54. & però egli ſarà 27. le due quantità dunque ſono R. cuba 343. & R. cuba 27. cioè 7. & 3.

Et che il quadrato della differenza de' dui cubi, inſieme con il quadruplo del prodotto de i lati, ò R. cube loro ſia quanto il quadrato della ſomma d'eſſi dui cubi, ſe bene ſi potria dimoſtrare Theoricalmente, noi nondimeno ne ſaremo certificati dall'Algebra, & potrà farſi così.

Eſſendo la differenza de i dui cubi 316. & il rettangolo de i lati loro 21. Poniamo, che vn lato, & ſia il minore, ſia 1 ☐. che il maggiore ſarà $\frac{21}{1☐}$. il ſuo cubo è $\frac{9261}{1♋}$. dal quale cauato 1 ♋. cubo d'1 ☐. lato minore, reſta $\frac{9261}{1♋}$ m 1 ♋. & queſto è eguale à 316. differenza data de i dui cubi, onde leuato il ſotto, moltiplicando ciaſcuna delle due quantità per 1 ♋. denominatore, & accommodato il m, ſi haurà 1 ♋ p 316 ♋. eguale à 9261. Et in queſta Equatione, doue il 3. minor dignità è la R. quadra del 6. cenſo cubo, ò quadro cubo maggior dignità, eſſendo poi la terza quantità numero ſimplice, la Regola è la iſteſſa, che di 4. & 2. eguale à numero, ò di 2. & 1. eguale à numero; onde al quadrato della mità di 316. numero de' 3. ſi giunge il numero 9261. & della ſomma ſi piglia la R. & d'eſſa ſi caua la mità detta del 316. che il reſtante è il valore del cubo *(dignità minore, che è la R. quadra d'1 6. dignità maggiore)* & è il cubo minore, il lato del quale fù poſto 1 ☐. Tutto queſto mò reſulta il medeſmo, adoprando numeri maggiori à queſti moltiplici, onde al quadrato del totale 316. giongere il quadruplo del 9261. & della ſomma pigliare la R. eſſa R. *(& è 370. ſomma de' cubi)* ſarà ſempre doppia alla R. preſa di ſopra, che è 185. & però così come à queſto 185. giunto, & cauato la mità di 316. cioè 158. ne reſultano i dui cubi,

così anco

così anco al 370. giunto, & cauato il totale 316. ne resultaranno i doppij de i dui cubi, & perche delli 316. & 9261. detti, il 316. è la differenza de i cubi, & il 9261. è il cubo del rettangolo, ò prodotto de i dui lati loro, & nell'Equatione d'1 6 p 316 3. eguale à 9261 à giongere il quadrato della mità del 316. con il 9261. & della somma 3422 presa la R, che è 185. ella è sempre la mità della somma de' cubi *(perche ad esso 185. giunto, & cauato 158. mità della differenza loro, ne resultano essi cubi)* perciò si vede, che à giongere il quadrato del totale 316. con il quadruplo del 9261. & della somma presa la R 370. che perciò è sempre doppio al 185. conoscuto essere sempre la mità della somma de' cubi, vediamo dico, che di necessità detto 370. è sempre la somma de' cubi; Et così è chiaro, che il quadrato della differenza de cubi con il quadruplo del cubo del prodotto de i dui lati loro è quanto il quadrato della somma de' cubi.

Decimasesta. Data la somma de' dui cubi di due quantità, & il prodotto d'esse due quantità, trouare le due quantità.

SIa 370. la somma de' dui cubi, & 21. il prodotto de i dui lati loro. Già sappiamo che il quadruplo del cubo del prodotto de i lati, con il quadrato della differenza de i cubi, fanno il quadrato della somma de i lati; però da questo quadrato della somma de i lati, che è 136900. cauando il quadruplo del cubo del prodotto de i lati, che è 37044. il restante 99856. sarà il quadrato della differenza de i cubi, però ella sarà la R 99856. cioè 316. che cauata dalla somma 370. il restante 54. è doppio al cubo minore, però egli sarà 27. & il suo lato sarà 3. onde il lato, ò quantità maggiore sarà 21. partito per 3. cioè 7.

Decimasettima. Data la differenza di due quantità, & la differenza de i dui cubi loro, trouare le due quantità.

SIa B 6. la differenza di due quantità, & D 504. la differenza de i dui cubi loro. Per trouare le due quantità. Sappiasi, che il quadruplo della differenza di dui cubi, manco il cubo della sua differenza de' suoi dui lati, applicandosi al triplo della differenza d'essi suoi lati, ò vogliamo dire partendosi per il triplo della differenza d'essi suoi lati, ne nasce il quadrato della somma d'essi suoi dui lati. Il che se bene si può mostrare, ò concludere Theoricalmente, noi pondimeno per hora lo dedurremo dall'Algebra, onde essendo 6. la differenza de lati di due cubi, & 504. la differenza d'essi dui cubi. Ponendo la somma de i dui lati essere 1 1, à giongeremo la loro differenza 6. che la somma 1 1 p 6. sarà il doppio del lato maggiore, ma dall'1 1. somma de lati cauatone essa loro differenza 6. il restante 1 1 m 6. sarà il doppio del lato minore, i cubi di questi lati 1 2 p 6. & 1 2 m 6. *(che per essere doppij di veri lati, i suoi cubi saranno ottupli à i cubi de i veri lati, & la differenza d'essi cubi sarà similmente ottupla alla differenza de' veri cubi)* sono 1 3 p 18 2 p 108 1 p 216. & 1 3 m 18 2 p 108 1 m 216. la differenza de i quali è 36 2 p 432. & però l'1. d'essa, che è la differenza de' veri cubi de' simplici lati è eguale à 504. differenza data de' veri cubi. Quero. Et però esso 36 2 p 432. è eguale all'ottuplo del 504. cioè à 4032. Di questi 36 2 p 432. vediamo il 432. essere sempre doppio à 216. cubo di 6. differenza data de' lati *(poiche esso 432. nasce (come si vede dalla Operatione) da giongere 216. cubo di 6. con vn altro 216. cubo pure di 6.)* & il 36. numero de' 2. essere il doppio di 18. qual 18. è composto da 12. doppio di 6. differenza de' lati, & dal 6. istesso, perilche esso 18. è sempre triplo à 6. differenza de' lati, onde il 36. è sempre sestuplo al medesmo 6. & 1 2. quadrato d'1 2. posto essere la somma de i lati, è il quadrato della somma de i lati, Si che hauendo 36 2 p 432. eguale à 4032. si vede, che il sestuplo della differenza de' lati, moltiplicato nel quadrato della somma loro, & al prodotto gionto il doppio del cubo della medesma differenza loro, il composto è sempre eguale all'ottuplo della differenza de' dui cubi. Onde per commodità dimezando queste quantità, acciochè da vna banda si habbi il simplice cubo della differenza de' lati, diremo che il dutto del triplo della differenza de i lati nel quadrato della somma de i lati, insieme con il cubo della medesma differenza de i lati, è sempre eguale al quadruplo della differenza de i cubi de i lati, Perilche da ciascuna banda, leuãdo il cubo della differenza de i lati, haueremo poi il dutto del triplo della differenza de' lati, nel quadrato della somma de' lati, eguale al quadruplo della differenza de' cubi de' lati, manco il cubo della differenza de' lati *(Però se questo restante, ò parte sinistra partiremo per il numero della parte destra, cioè per il numero delli 2. cioè per il triplo della differenza de' lati, l'auuenimento sarà il quadrato della somma de' lati; ò vogliamo dire, se partiremo ciascuna quantità per il numero de' 2. (che è triplo al numero della differenza de' lati) per ridurre la Equatione ad 1 2. haueremo il valore d'1 2. Ma 1 2. è il quadrato d'1 2.*

posto

posto essere la somma de' lati, però il valore del 2. viene ad essere il quadrato della somma de' lati.) Perilche è chiaro, che il quadruplo della differenza de' cubi, manco il cubo della differenza de' lati, partito per il triplo della differenza de' lati *(che ne viene il valore d'vn solo 2. è quadrato della somma de' lati)* ne viene il quadrato della somma de' lati.

Dal medesimo discorso si può conoscere, che la differenza di dui cubi si troua moltiplicando li $\frac{2}{3}$. del quadrato della somma de' suoi lati via la differenza d'essi lati, & al prodotto giongere l'$\frac{1}{3}$. del cubo della differenza di detti lati; Perche concludendosi già che 18 2 p 216. sono eguali a 2016. *(quando il 2016. sia il quadruplo della differenza di dui cubi; il cubo della differenza de' lati, de' quali si tratta, che è con li 18 2. & che il 18 2. sia il dutto del quadrato della somma de' lati via il triplo della differenza d'essi lati)* si vede, che anco l'$\frac{2}{3}$. dell'vna quantità sarà eguale all'$\frac{1}{3}$. dell'altra, cioè, che all'$\frac{1}{3}$. di 2016. cioè a 504. che sarà la simplice differenza de' cubi, è eguale l'$\frac{2}{3}$. del 216. cioè 54. che è l'$\frac{2}{3}$. del cubo della differenza de' lati; giuntoli l'$\frac{1}{3}$. di 18 2. cioè giontoli $4\frac{1}{2}$ 2. quali $4\frac{1}{2}$ 2. sono il dutto delli $\frac{2}{3}$. della differenza de' lati moltiplicata via il quadrato della somma de' lati *(poiche essendo la somma de' lati 1 2. il suo quadrato è 1 2. & essendo la differenza de' lati 6. cioè l'$\frac{2}{3}$. di 8. numero de' 2. il $4\frac{1}{2}$. numero de' 2. detto, che è l'$\frac{1}{3}$. del 18. continente il 6. trè volte, verrà ad essere trè volte l'$\frac{2}{3}$. del 6. cioè li $\frac{2}{3}$. del 6. differenza de' lati, onde moltiplicando li $\frac{2}{3}$. di 6. cioè $4\frac{1}{2}$. che perciò il $4\frac{1}{2}$. è li $\frac{2}{3}$. della differenza de' lati via 1 2. che è il quadrato della somma de' lati, & se ne produce il $4\frac{1}{2}$ 2. detto, questo è il dutto delli $\frac{2}{3}$. della differenza de' lati nel quadrato della somma loro, al quale prodotto giontoli 54 che è l'$\frac{1}{3}$. del cubo della differenza de' lati, la somma è quanto il 504. differenza de' dui cubi)*

Questo inteso, & posto E, somma de' lati essere 1 2. ne seguirà, che E, più B, cioè 1 2 p 6. sarà il doppio del lato maggiore, & E, manco B, cioè 1 2 m 6. sarà il doppio del lato minore.

Ma la differenza de i loro cubi è il dutto di B, nel quadrato di E, 6. volte p il cubo di B, due volte, il che tutto è eguale al D. *(differenza data de i dui cubi)* preso 8. volte, Perilche è eguale al quadrato di E. *(come si è concluso nel superiore discorso.)*

D 4. volte, m il cubo di B,
da partir per il triplo di B,

Onde essendo D. differenza de' cubi, dato essere 504. il suo quadruplo è 2016. che cauatone 216. cubo di B 6. data differenza de' lati, resta 1800. & questo partito per il triplo di B. dato, cioè per 18. ne viene 100. quale 100. è eguale al quadrato di E, ma E, è posto 1 2. & il suo quadrato è 1 2. però haueremo 1 2. eguale a 100. onde la 2. valerà 10. perilche 10 p 6. & 10 m 6. cioè 16. & 4. saranno i doppij de i dui lati, onde essi lati sono 8. & 2.

Data dunque la differenza di due quantità, & la differenza de i dui cubi loro, si troua il quadrato della somma d'esse due quantità, & però la somma loro, & consequentemente ciascuna di loro.

Regola.

Cauisi il cubo della differenza delle due quantità dal quadruplo della differenza de' dui cubi d'esse due quantità, & il restante si parta per il triplo della differenza delle due quantità, & dell'auenimento *(che è il quadrato della somma delle due quátità)* si pigli la 2. quadra *(qual 2. è la somma delle due quantità)* & la mità d'essa si giunga, & cui alla mità data della differenza delle due quantità, che i dui resultanti saranno esse due quantità cercate.

Ancora in altro modo, Se dato 6. differenza de' lati, & 504. differenza de' cubi loro vorremo trouare essi lati, Potremo porre l'vno d'essi essere 1 2. & l'altro sarà 1 2 p 6. se vogliamo, che sia il maggiore, ouero sarà 1 2 m 6. se volessimo, che fusse il minore. Hor sia il maggiore, che il suo cubo sarà 1 3 p 18 2 p 108 2 p 216. dal quale cauato 1 3. che è il cubo d'1 2. lato minore, resta 18 2 p 108 2 p 216. & però questo è eguale a 504.

(Qui (auanti che passiamo più oltre) si può considerare, che delli 18 2 p 108 2 p 216. Il 216. è sempre il cubo della differenza 6. de' lati; Il 108. numero delle 2. è il composto di 36. quadrato di 6. differenza de' lati giunto a 72. dutto del medesimo 6. nel suo doppio, & però è il triplo del quadrato di 6. differenza de' lati; & la 2. è il lato minore, cioè il 108 2. è il dutto d'1 2. lato minore in 108. triplo del quadrato di 6. differenza de' lati. Et del 18 2. il numero loro 18. è la somma di 12. doppio della differenza de' lati con 6. differenza istessa, cioè il 18. è il triplo della differenza de' lati, & il 2 è il quadrato d'1 2. lato minore, onde li 18 2. sono il dutto del quadrato del lato minore via il triplo della differenza de' lati; perilche si conosce, che la differenza de' dui cubi, cioè hora il 504. è quanto resulta a giungere il dutto del quadrato del lato minore via il triplo della differenza loro, con il dutto del lato minore nel triplo del quadrato della differenza de' lati. Et con il cubo della differenza de' lati; Et pongasi ben cura a questa sorte di Dottrina, perche da essa si potranno estrahere, ò derriuare molte, & molte Propositioni a nostro piacere; & trouare la causa, ò derriuatione d'altre, che ci fusse incognita.) In questa Equatione dunque di 18 2 p 108 2 p 216. eguale a 504. leuando il 216. da ciascuna banda, haueremo 18 2 p 108 2. eguale a 288. & riducendo la Equatione ad 1 2. partendo per 18. haueremo 1 2 p 6 2. eguale a 16. Perilche 2. quadrato

Sia 13. il lato maggiore. Il ſuo cubo è 2197
Et 5. il lato minore. Il ſuo cubo è 125

8. è la diſ- la differẽza de cubi è 2072
ferenza de' lati.

Poſto il lato min. 1 r. Il maggiore è 1 r p 8

1 r p 8

1 r p 16 r p 64
1 r p 8

ſuo cubo 1 c p 24 q p 192 r p 512
ſi caua 1 c cubo del lato minore.

reſta 24 q p 192 r p 512
differenza de' dui cubi, eg.à 2072
Cioè 24 q p 192 r. eguale à 1560
Cioè 1 q p 8 r. eguale à 65

4
4
16

ſi giunge 65
ſomma 81 la R. è 9
ſi caua 4
reſta 5 però 5
vale la r. & è il lato minore poſto 1 r

Ouero

Poſto il lato magg. 1 r. Il minore è 1 r m 8

1 r m 8

1 q m 16 r p 64
1 q m 8

ſuo cubo 1 c m 24 q p 192 r m 512
ſi caua da 1 c cubo del lato magg.

reſta 24 q p 192 r p 512. eguale à 2072
Cioè 24 q eguale à 192 r p 1560
Cioè 1 q eguale à 8 r p 65

4
4
16

ſi giunge 65
fà 81 la R. è 9. che cõ
4. fà 13. p il valore della r. & è il lato magg.

drato di 3. mità di 6. numero delle r. giunto 16. & della ſomma 25. preſa la R. che è 5. & da eſſo 5. cauato 3. mità detta, il reſtante 2. ſarà il valore della r. & però il lato minore, eſſendo poi il maggiore 1 r p 6. cioè 2 p 6. che è 8.

Conſiderando mò la deriuatione dell' 1 q. che è il quadrato del lato minore, & delle 6 r. che il 6. è ſempre la differenza de i lati (*perche nella Equatione di 182 p 108 r. eguale à 288. il 18. è il triplo della differenza de' lati, & il 108. è il triplo del quadrato d'eſſa differenza de' lati, onde partito per il 18. per ridurre la Equatione ad 1, ne verrà la R. del quadrato d'eſſa differenza, cioè la differenza detta de' lati*) & del 16. (*al quale 1 q p 6 r. ſono eguali*) che è quello, che naſce à partire per il triplo della differenza de' lati, il reſtante della differenza de' cubi, cauatone il cubo della differẽza de' lati, ſi potrà deriuarne quella Regola.

Data la differenza di due quantità, ò lati, & la differenza de i dui cubi loro per trouare eſſi dui lati. Cauiſi il cubo della differenza de' lati dalla differenza data de' cubi, & il reſtante ſi parta per il triplo della differenza de' lati, & l'auuenimento ſi giunga al quadrato della mità della differenza de' lati, & della ſomma ſi pigli la R. & ſia M, dalla quale ſi caui la mità della differenza de' lati, che il reſtante ſarà il lato minore, onde ſi conoſce, che detta R. M, viene ad eſſere la mità della ſomma de' lati, & che però à giongerli la detta mità della differenza loro, la ſomma ſarà il lato magg.

Et ponẽdoſi non il lato minore, ma il maggiore eſſere 1 r. & però il minore 1 r m 6. ſi peruerria ad Equatione di 182 p 216. eguale à 108 r p 504. cioè di 182. eguale à 108 r p 288. cioè d'12. eguale à 6 r p 36. Perilche à 9. quadrato di 3. mità del 6. numero delle r. gionto 16. & la R. della ſomma 25. che è 5. M. giouta à 3. mità detta del 6. & fà 8. queſto 8. è il valore della r. & è il lato maggiore.

Dal quale operare deriuaria pure la Regola iſteſſa, che trouata la R. M. (*quale è ſempre la mità della ſomma de' lati*) giontoli la mità della differenza de' lati, ne reſulta il lato maggiore, & però cauatala dalla medeſima R. M. ne reſultarà il lato minore.

Decimaottaua. Data la ſomma di due quantità, & la ſomma de i dui cubi di dette quantità, trouare ciaſcuna di loro.

SIa B 10. la ſomma di due quantità, & D 370. la ſomma dei dui cubi loro. Per trouare le due quantità. Sappiáſi, che il quadruplo della ſomma di dui cubi, manco il cubo della ſomma de' ſuoi dui lati, applicandoſi al triplo della ſomma de' dui ſuoi lati, ò vogliamo dire, partendoſi per il triplo della ſomma d'eſſi ſuoi dui lati, ne naſce il quadrato della differenza d'eſſi ſuoi lati, cioè ſe dal quadruplo della ſomma de' cubi ſi caua il cubo della ſomma de' lati, & il reſtante ſi parta per il triplo della ſomma de' lati, ne naſcerà il quadrato della differenza de' lati; il che potremo dedurre dall Algebra con il ſeguente diſcorſo.

Eſſendo B 10. la ſomma di dui lati, & 370 D, la ſomma de i dui cubi loro. Ponendo la differẽza d'eſſi dui lati 1 r E, queſta E, giunta & cauata al 10 B, ſomma de' lati, ne reſultarà 10 p 1 r. che ſarà

che ſarà il doppio del lato maggiore, & 10 m̃ 1 ꝛ. che ſarà il doppio del lato minore, onde eſſi lati ſariano 5 p̃ $\frac{1}{2}$ ꝛ. & 5 m̃ $\frac{1}{2}$ ꝛ. ma per ſchiuar rotti ci ſeruiremo delli doppij detti loro, & tronarà i cubi d'eſſi 10 p̃ 1 ꝛ. & 10 m̃ 1 ꝛ. che ſono 1000 p̃ 300 ꝛ p̃ 30 ꝛq p̃ 1 ꝛ3. & 1000 m̃ 300 ꝛ p̃ 30 ꝛq m̃ 1 ꝛ3. li ſommaremo inſieme, & fanno 2000 p̃ 60 ꝛ. qual ſomma però verrà ad eſſere otupla alla ſomma de' cubi di 5 p̃ $\frac{1}{2}$ ꝛ. & 5 m̃ $\frac{1}{2}$ ꝛ. che ſono i veri ſimplici lati *(perche ne i cubi ſe il lato è doppio al lato, cioè ſe il lato contiene il lato due volte, il cubo contenirà il cubo, per il cubo d'eſſe due volte, che è otto volte, & ſe il lato contiene il lato tre volte, è quattro volte, è 2$\frac{1}{2}$. volte, il cubo contenirà il cubo, per il cubo d'eſſe 3. ò $\frac{1}{2}$. è 2$\frac{1}{2}$. volte, cioè lo contenirà 27. volte, ò 64. volte ò 15$\frac{5}{8}$. volte.)* Queſto 2000 p̃ 60 ꝛ. contiene 1000. cubo di B 10. ſomma de' lati due volte, & anco il dutto di B 10. ſomma de' lati in 1 ꝛ. quadrato di E, differenza de' lati 6. volte *(perche 60 ꝛ. naſce à giongere 30 ꝛ. con 30 ꝛ. che il numero loro 30. è il triplo di 10 B, & il ꝛ è il quadrato di E 1 ꝛ.)* onde eſſo 2000 p̃ 60 ꝛ. eſſendo ottuplo alla vera ſomma de' cubi de' ſimplici lati *(che ſaria 250 p̃ 7$\frac{1}{2}$ ꝛ.)* perche la ſomma de' cubi data è D 370. eſſa verra à contenere il 370. otto volte, ò vogliamo dire eſſo 2000 p̃ 60 ꝛ. ſarà eguale all'ottuplo di 370 cioè eguale à 2960. onde la ſua mità 1000 p̃ 30 ꝛ. *(che è compoſta da vn ſolo cubo di 10 B. ſomma de' lati, & dal triplo del dutto di B, ſomma de' lati in 1 ꝛ. quadrato di E, differenza de' lati)* ſarà eguale alla mità di 2960. cioè à 1480. *(che contiene ò 370. ſomma data de' cubi 4. volte)* cioè il ſolo cubo di B, con il dutto di B, nel quadrato di E, tre volte, è eguale à D, quattro volte; ma noi che vogliamo trouare quanto ſia E 1 ꝛ. operaremo di modo, che il quadrato d'eſſa quantità ignota E, reſti da ſe, & douenti eguale à quantità nota, cioè, Hauendo 1000 p̃ 30 ꝛ. eguale à 1480. delle qual tre quantità il 1000. è noto, perche è il cubo di 10 B, ſomma de' lati nota, & il 1480. è noto, perche è quadruplo à 370 D, ſomma de' cubi data, poneremo queſte due quantità note inſieme da vna banda, & dall'altra banda ſi ponerà la quantità ignota, che è 30 ꝛ. *(che non ſappiamo quanto ſia, ò vaglia il ꝛ. perche ci è ignoto il valore della ꝛ.)* nel modo, che ricerca la dottrina Algebratica, giongendo cioè, & cauãdo egualmente quantità eguali da ambedue le parti, acciò in eſſe parti reſti ſempre la propoetione della egualità, ò vogliamo dire, acciochè di continuo vna parte ſia ſempre eguale all'altra; che perciò hora, acciochè li 30 ꝛ. teſtino da ſe, ſi douerà cauare il 1000. *(che gli è accompagnato)* da ciaſcuna delle due bande *(come anco ſi faria, quando benè non haueſſimo queſto fine di far reſtare li ꝛ da ſe; poiche l'Arte ricerca, che hauendo numero, ò quantità d'vna medeſma ſorte, ò denominatione da ciaſcuna banda, ſi lieui la minore da ciaſcuna banda, acciochè reſti detta ſorte di quantità da vna banda ſola)* & così haueremo 30 ꝛ. eguale à 1480 m̃ 1000. cioè 30 ꝛ. eguale à 480. Et così hora ſappiamo, che il dutto del quadrato di E, nel triplo di B, *(che ſono li 30 ꝛ.)* è eguale al quadruplo di D m̃ il cubo di B, *(che è il 480.)*

10 p̃ 1 ꝛ
10 p̃ 1 ꝛ
100 p̃ 20 ꝛ p̃ 1 ꝛq
10 p̃ 1 ꝛ
1000 p̃ 300 ꝛq p̃ 30 ꝛq p̃ 1 ꝛ3
10 m̃ 1 ꝛ
10 m̃ 1 ꝛ
100 m̃ 20 ꝛ p̃ 1 ꝛq
10 m̃ 1 ꝛ
1000 m̃ 300 ꝛq p̃ 30 ꝛq m̃ 1 ꝛ3
1000 p̃ 300 ꝛq p̃ 30 ꝛ p̃ 1 ꝛ3
1000 p̃ 60 ꝛ.
eguale à 370. otto volte.
Cioè 1000 p̃ 30 ꝛ. eguale à 1480
Cioè 30 ꝛ. eguale à 480
1 ꝛ. eguale à 16
1 ꝛ. vale 4

però E, differenza de' lati è 4

Ancora per ridurre la Equatione ad 1 ꝛ. partiremo ciaſcuna delle due quantità per 30. numero de' ꝛ. qual 30. come habbiamo veduto, è ſempre il triplo di B, ſomma de' lati, & ne reſulterà 1 ꝛ. eguale à 16. cioè il quadrato di E, farà eguale à 16. & queſto 16. è nato à partire 480. *(cioè quello, che reſta à cauare 1000. cubo di B, da 1480. che è D 370. preſo 4. volte)* per 30 che è il 10 B, tre volte; perilche ſiamo chiari eſſer vero, & conoſciamo, perche $\frac{\text{D 4 volte m̃ il cubo di B}}{\text{da partire p̃ il triplo di B}}$ ſia eguale al quadrato di E, *(alla quale Equatione ſi peruerrà dicendo, Poſto E 1 ꝛ. eſſere la differenza de' lati, ne ſegue, che B p̃ E, cioè 10 p̃ 1 ꝛ. è il doppio di lato maggiore, & che B m̃ E, cioè 10 m̃ 1 ꝛ. è il doppio del lato minore, onde la ſomma de' cubi di B p̃ E, & di B m̃ E, ſarà ottupla alla ſomma de' veri cubi delle due quantità cercate; Perilche (come ſi è concluſo di ſopra) ſolo il cubo di B, con il dutto di B, nel quadrato di E, tre volte, è eguale à D, quattro volte, onde da ciaſcuna banda leuando il cubo di B, ſapremo, che il dutto di B, nel quadrato di E, tre volte, & però (& reſulta l'iſteſſo) che il triplo di B, nel quadrato di E, viene ad eſſere eguale al D, quattro volte manco il cubo di B, & partendo ciaſcuna quantità per il triplo di B, ne ſegue, che il ſimplice quadrato di E, ſia eguale à quello, che naſce à partire D, quattro volte manco il cubo di B, per il triplo di B.)* ma D, è noto eſſere 370. però il ſuo quadruplo ſarà 1480. & B, è noto eſſere 10. però il ſuo cubo, che è 1000. quale cauato da 1480. reſta 480. onde queſto 480.

contiene D, quattro volte m il cubo di B, il che douendosi partire per il triplo di B, qual triplo è 30. l'auenimento è 16. che è la quantità concluſa eſſere eguale al quadrato di E, cioè ad 1 2. eſſendoſi poſto E, eſſere 1 2. perilche il 2. vale 16. onde la 2. valerà 4 R. di 16, cioè 4. & queſto 4. ſarà E, cioè la differenza de' lati, perilche eſſi lati ſaranno la mità di B p la mità di E, & la mità di B m la mità di E, cioè 5 p 2. & 5 m 2. che ſanno 7, & 3. Dal che ſi conoſce poterſi dire per Regola. Data la ſomma di due quantità, & la ſomma de i dui cubi loro, per trouare eſſe due quantità. Cauiſi il cubo della ſomma delle due quãtità dal quadruplo della ſomma de i dui cubi loro, & il reſtante ſi parta per il triplo della ſomma delle due quantità, & dell'auuenimento *(che ſarà il quadrato della differenza delle due quantità)* ſi pigli la R. *(qual R. ſarà la differenza delle due quantità)* & la mità d'eſſa ſi giunga, & caui alla mità della ſomma delle due quantità, che i dui reſultanti ſaranno le due quantità.

Ancora in altro modo. Dato 10. ſomma delle due quantità, & 370. ſomma de' dui cubi loro. Per trouare ciaſcuna d'eſſe due quantità, ſi potrà ponere l'vna d'eſſe, & ſia la minore eſſere 1 2. però la maggiore ſarà 10 m 1 2. ouero la maggiore eſſere 1 2. & la minore 10 m 1 2. cioè l'vna eſſere 1 2. & l'altra il reſto del 10. che è 10 m 1 2. *(ne importa hora far diſtinzione di minore à maggiore; poiche hauendo à ſommare inſieme i cubi loro, la ſomma è ſempre la iſteſſa)* i cubi loro ſono 1 3. Et 1000 m 300 2 p 30 2 m 13 perilche la ſomma loro è 1000 m 300 2 p 30 2 & è eguale à 370. dato, che accõmodate le parti, ſi haurà 30 2 p 630. eguale à 300 2. & ridotto ad 1 2. ſarà 1 2 p 21. eguale à 10 2. onde hora da 25. quadrato di 5. mità di 10. numero delle 2. cauato il numero 21. & del reſtante 4. preſa la R. che è 2. eſſo 2. giunto, & cauato à 5. mità del 10. numero delle 2. ne reſultano 7. & 3. che ſono le due valute delle 2. & moſtrano le due quantità eſſere eſſi 7. & 3.

Conſiderando mò le qoantità, che occorrono in queſta Equatione, vedremo, che il 30. numero de 2. è ſempre il triplo di 10 ſomma de' lati; Il 300. numero delle 2. è ſempre il triplo del quadrato del medeſmo 10. ſomma de' lati, onde à partire il triplo d'eſſo quadrato di 10. cioè il dutto di 10. via 10. via 3. per il triplo del medeſmo 10. cioè per il dutto di 10. via 3. dui delli producenti il 300. ne reſultarà il reſtante producente, cioè 10. che è il 10. medeſmo ſomma de' lati; & però quando la Equatione ſarà ridotta ad 1 2. il numero delle 2. hora 10. ſarà la ſomma data de' lati; Quanto al 21. egli deriua à partire 630. reſtante di 1000. cubo di 10. ſomma de' lati, cauatone 370. ſomma data de' cubi loro, per 70. triplo del 10. ſomma de' lati; Eſſo 21. poi ſi caua dal quadrato della mità del 10. ſomma de' lati, numero delle 2. & la R. del reſtante ſi giunge, & caua ad eſſa mità del 10. & li dui reſultanti ſono i dui lati; Perilche ſi può deriuarne la Regola dicendo. Data la ſomma di due quantità, & la ſomma delli dui cubi loro, per trouare eſſe due quantità. Cauiſi la ſomma data de' cubi, dal cubo della ſomma delle due quãtità, & il reſtante ſi parta per il triplo della ſomma delle due quantità, & l'auuenimento ſi caui dal quadrato della mità della ſomma delle due quantità, & la R. del rimanente ſi giunga, & caui alla mità detta della ſomma delle due quantità, che i dui reſultanti ſaranno le due quantità.

Decimanona. Data la differenza di due quantità, & la differenza de i dui cubi loro, trouare di nuouo le due quantità.

SIA B 4. la differenza di due quantità, & D 316. la differenza de i dui cubi loro. Per trouare eſſe due quantità. Poniamo il rettangolo, ò dutto delle due quantità cioè dell'vna moltiplicata nell'altra eſſere A. Et notiſi, che dalla generatione, ò naſcimento, ò vogliamo dire formatione del cubo, ſi vede, che ſe dalla differenza di dui cubi ſi caua il cubo della differenza de' loro dui lati, reſta il triplo del prodotto, che reſulta à moltiplicare la differenza de' dui lati, nel rettangolo delli iſteſſi dui lati; Et così il D 316. differenza de' dui cubi meno il cubo di B, cioè meno, ò cauatone 64. cubo di 4. differenza data de' lati, & reſta 252. ſarà eguale al prodotto, che naſce à moltiplicare A, rettangolo de i lati via B 4. differenza de i lati tre volte *(cioè via il triplo di B.)* onde diuiſa, ò partita ciaſcuna parte per 3. cioè così il 252. come il triplo di A, in B. l'auuenimento da vna banda, che è 84, ſarà eguale all'auuenimento dall'altra banda, che è il ſimplice prodotto di A, rettangolo de i lati, in B 4. differenza de' lati, cioè il dutto del rettangolo de' lati nel 4. differenza de' lati ſarà 84. Perilche partito queſto 84. per 4. differenza de' lati, l'auuenimento 21, ſarà il rettangolo de' lati; onde hauendo noto il rettangolo di due quantità, ò lati eſſere 21. & la differenza delle due iſteſſe quantità, ò lati eſſere 4. ſi trouaranno eſſe due quantità, mediante la terza Operatione, & ſaranno 3. & 7. Perilche dato il rettangolo di due quantità, & la differenza delle iſteſſe due quantità, ſi danno eſſe due quantità. Dunque data la differenza di due quantità, & la differenza de i dui cubi loro, ſi trouano

ſi trouano eſſe due quantità, & la Regola è. Dalla differenza de i cubi delle due quantità, ſi caui il cubo della differenza d'eſſe due quantità. & il reſtante ſi parta per il triplo della differenza detta delle due quantità, che l'auenimento ſarà il rettangolo d'eſſe due quantità; & poi al quadruplo d'eſſo rettangolo delle due quatità ſi giunga il quadrato della differenza d'eſſe due quantità, & della ſomma ſi pigli la R. quadra, che ella ſarà la ſomma delle due quantità, alla quale ſi giunga, & caui la differenza di dette due quantità, che le mità de i dui reſultanti ſaranno le due quantità. Ouero, Et poi ad eſſo rettangolo delle dure quantità ſi giunga il quadrato della mità della differenza d'eſſe due quantità, & della ſomma ſi pigli la R. alla quale ſi giunga, & caui la mità della differenza delle due quantità, che i dui reſultanti ſaranno le due quantità.

Che ſe mediante la differenza de i cubi di due quantità, & il prodotto, ò rettangolo di eſſe quantità ſi cercaſſe ſapere la differenza delle iſteſſe due quantità. Come ſe il rettangolo di due quantità fuſſe A 21. & la differenza de i dui cubi loro D 316. & ſi cercaſſe la differenza delle due quantità, & chiamiſi G. Allhora ſi procederia alla egualità così; Il cubo di G, differenza de' lati, ò quantità, più il dutto di A 21. rettangolo d'eſſi lati, in G, tre volte ſaria eguale à D, cioè, Il cubo della differenza de' lati, più, ò vogliamo dire inſieme con il triplo del dutto del rettangolo de' lati nella differenza de' lati ſaria eguale alla differenza de i cubi, Il che è da notare, & è chiaro dall'hauer detto, che ſe dalla differenza de' cubi ſi leua il cubo della differenza de' lati, il reſtante è il triplo del prodotto dalla differenza de' lati, moltiplicata nel rettangolo d'eſſi lati; Perilche ſe da 316. differenza de' cubi vorremo leuare il triplo del dutto della differenza de lati nel rettangolo de' lati; cioè il triplo del dutto di 4. in 21. cioè il triplo di 84. che è 252. il reſtante 64. conuerrà, che ſia il cubo di 4. differenza de' lati. Onde ſe haueremo noto la differenza de' lati 4. & la differenza de' cubi 316. potremo trouare il rettangolo de' lati, mediante quello, che ſi è detto, cioè, Cauando 64. cubo di 4. differenza de lati da 316. differenza de' cubi, il reſtante 252. ſapremo eſſere il prodotto dal triplo della differenza de' lati *(cioè il dutto di 12.)* nel rettangolo de' lati, però partiremo 252. per 12. & ne verrà 21. & queſto 21. ſarà il rettangolo de i lati *(quali poi ſi potranno trouare diſtintamente nel modo moſtrato nella terza Operatione)* Ma ſe hauessimo noto il rettangolo de' lati 21. & la differenza de' cubi 316. non habbiamo già regola da trouare la differenza de' lati; Onde ſe volesſimo trouarla mediante l'Algebra, potresſimo ponere eſſa differenza de' lati eſſere 1 r. il ſuo cubo ſaria 1 ⅁. & detta differenza de' lati 1 r. moltiplicata via il triplo del rettangolo de' lati, cioè via 63. fà 63 r. che con' 1 ⅁. forma 1 ⅁ p 63 r. & queſto ſaria eguale à 316. differenza de' cubi, onde mediante la Regola, che ſi haueſſe dell'Equatione di 3. & 2. eguale à numero, ſi trouaria il valore della r. che ſaria la differenza de' lati. Bene è vero, che, dato il rettangolo de' lati, & il 316. differenza de' cubi loro, potresſimo trouare la differenza de' lati, ancora con Equatione Algebratica nota, ſe volesſimo prima trouare i dui lati diſtintamente; che poſto l'vno d'eſſi, & ſia hora il minore eſſere 1 r. l'altro maggiore ſaria 21 r. eſimo, ò da partire per 1 r. il ſuo cubo è 9261. eſimo d'1 ⅁. dal quale cauato 1 ⅁. cubo del lato minore, reſta $\frac{9261}{1\text{ ⅁}}$ m 1 ⅁. & queſta è la differenza de i cubi, & però è eguale à 316. & leuato il rotto, moltiplicando ogni coſa per il denominatore 1 ⅁. haueremo 9261 m 1 6. eguale à 3169. cioè 9261, eguale ad 1 6 p 3163. la quale Equatione è nota; perche eſſendo il 6. dignità maggiore, il quadrato del 3. che è l'altra dignità minore, queſta Equatione è ſimile alla Equatione di 2. & r. eguale à numero, onde al quadrato di 158. mità di 316. numero de 3. & à 24964. giunto 9261. numero della Equatione, & della ſomma 35225. preſa la R. quadra, che è 185. & da queſto 185. cauato 158. mità del 316. numero de' cubi, il reſtante 27. ſarà il valore del 3. perilche la 2. che è R. cuba del 3. valerà la R. cuba di 27. cioè 3. onde il lato minore poſto 1 r. ſarà 3. & il maggiore perciò ſarà 21. eſimo di 3. ò vogliamo dire da partire per 3. & però ſarà 7. & hora hauendo noti i dui lati, ò quantità eſſere 3. & 7. verremo anco à conoſcere la loro differenza, che naſce à cauare il 3. minore dal 7. maggiore, & che perciò è 4.

Et ſe hauesſimo poſto non il lato minore, ma il maggiore eſſere 1 r. & però il minore eſſere 2 P. eſimo d'1 r. che allhora il cubo di queſto; & è 9261. eſimo d'1 ⅁. cauato dal cubo di quello, cioè da 1 ⅁. reſta 1 ⅁ m il detto 9261. eſimo d'1 ⅁. queſto reſtante ſaria la differenza de' cubi, & però eguale à 316. & leuato il rotto, haueresſimo 1 6 m 9261. eguale à 3163. cioè 1 6. eguale à 3163 p 9261. quale Equatione è ſimile all'Equatione d'1 2. eguale à 3161 p 9261, & in queſta inferiore la r. valerà 343. quale 343. è mò il valore del 3. nella noſtra ſuperiore, onde il lato maggiore poſtoui eſſere 1 r. che è la R. cuba d'1 ⅁. verrà anco ad eſſere la R. cuba del 343. cioè ſarà 7. Et ſe data la differenza de' lati 4. & la differenza de' cubi 316. volesſimo trouare i lati mediãte l'Algebra, potresſimo ponere l'vno eſſere 1 r p 2. & l'altro 1 r m 2. Il cubo del maggiore

giore è 1 3 p̃ 6 2 p̃ 12 1 p̃ 8. dal quale cauato il cubo del minore, che è 1 3 m̃ 6 2 p̃ 12 1 m̃ 8. resta 12 2 p̃ 16. & questo saria eguale à 3 16. differenza de cubi data, onde cauato il 16. da ciascuna banda *(che è il doppio del cubo di 2. mità di 4. differenza data de' lati)* resta 300. eguale à 12 2. *(che il 12. numero de' 2. è il triplo di 4. differenza data de' lati)* perilche partito 300. per 12. numero de' 2. ne viene 25. che è il valore del 2 & la 1. valerà R 25. cioè 5. però i lati saranno 5 p̃ 2. & 5 m̃ 2. cioè 7. & 3. Dalla quale Operatione si può dedurre questa Regola. Cauisi il doppio del cubo della mità della differenza de' lati, dalla differenza de' cubi data, & il restante si parta per il triplo della differenza de' lati, & dell'auuenimento si pigli la R, alla quale si giunga, & caui la mità della differenza de' lati, che i dui resultanti saranno i dui lati.

Et quando si ponesse il lato minore essere 1 1. & il maggiore 1 1 p̃ 4. pure dalla Operatione si potria dedurre la Regola di trobare il lato minore, come anco si trouaria la Regola da conoscere il lato maggiore, quando egli si ponesse 1 1. & il minore 1 1 m̃ 4. Per conoscere chiaramente, che *(come si notò da principio)* à cauare il cubo della differenza de' lati, dalla differenza de' cubi, resti il triplo del dutto della differenza de' lati nel rettangolo d'esi lati; cioè, che il triplo della differenza de' lati moltiplicato nel rettangolo d'esi lati, & al prodotto gionto il cubo della differenza de' lati, se ne formi la differeza de' cubi; Si può considerare, che essendo i lati 1 1 p̃ 2. & 1 1 m̃ 2. cioè 1 1. più, & 1 1. meno la mità della differenza de' lati; Il loro dutto farà 1 1 m̃ il quadrato della mità della differenza de' lati, & questo moltiplicato per 12. triplo di 4. differeza de' lati, ne nasce 12 1 m̃ 48. che li 12 2. sono sempre eguali alli 12 2. che sono nella differenza de' cubi, cioè nel 12 2 p̃ 16. perche ancora essi 12 2, cioè il numero loro 12. così di questi, come di quelli è sempre l'istesso triplo di 4. differenza de' lati, che quelli dalla banda della differenza de' cubi sono composti da 6 2. & 6 2. ciascuno de' quali numeri 6. è triplo à 2. mità di 4. differenza de' lati, però il doppio di 6. farà triplo al doppio di 2. cioè à 4. totale, differenza de' lati; & il 48. è il quadrato di 2. mità di 4. via il triplo del 4. & però via il sessuplo di 2. ma il quadrato di 2. via il sessuplo del medesmo 2. fa il sessuplo del cubo di 2. perche 2. via 2. via 2. via 6. è quanto 8. *(che nasce da 2. via 2. via 2.)* via 6. ma l'ottuplo del cubo di 2. mità di 4. faria il cubo di 4. totale doppio al 2. Onde il solo sessuplo del cubo di 2. viene ad essere li soli $\frac{3}{4}$. cioè li $\frac{3}{4}$. del cubo di 4. *(cioè il cubo di 2. è l' $\frac{8}{8}$. del cubo di 4. doppio al 2. però 6. volte il cubo di 2. è $\frac{6}{8}$. cioè $\frac{3}{4}$. del cubo di 4.)* Adunque li 12 2. Ancora nelli 12 2 p̃ 16. il 16. è il doppio del cubo di 2. *(perchè è composto da 8. & 8. cubi di 2.)* onde sarà solo li $\frac{2}{3}$. cioè l' $\frac{8}{12}$. del cubo di 4. Perilche se da 12 2 p̃ $\frac{8}{12}$. del cubo di 4. cauaremo il totale *(64.)* cubo di 4. conuiene, che resti 12 2. & più $\frac{8}{12}$ m̃ 1. cioè, & m̃ $\frac{4}{12}$. del cubo di 4. ma il triplo della differenza 4. de lati, nel rettangolo de' lati, anch'egli si è concluso anch'esso essere 12 2 m̃ $\frac{4}{12}$. del cubo di 4. differenza de' lati, però si conosce, che à cauare il cubo di 4. differenza de' lati, dalla differenza de' cubi, è necessario, che resti quello, che si produce dal moltiplicare il rettangolo de i lati nel triplo della differeza de i lati, ò vogliamo dire, perche al detto 12 2 m̃ 48. cioè 12 2 m̃ li $\frac{3}{4}$. del cubo di 4. gionto il cubo di 4. *(che è la vnità, cioè 1. riſpetto al $\frac{1}{4}$.)* ne nasce 12 2 p̃ $\frac{4}{12}$. del cubo di 4. & questo è appunto il valore delli 12 2 p̃ 16. differenza de' cubi, si conosce, che la differenza de' cubi è sempre eguale à quella somma, che nasce à sommare il cubo della differenza de' lati con il dutto del triplo d'essa differenza de' lati, nel rettangolo de i medesimi lati.

Differenza de' lati 4	Differenza de' cubi 3 16
lato maggiore 1 1 p̃ 2	lato minore 1 1 m̃ 2
1 1 p̃ 2	1 1 m̃ 2
1 1 p̃ 4 1 p̃ 4	1 1 m̃ 4 1 p̃ 4
1 1 p̃ 2	1 1 m̃ 2
1 3 p̃ 6 1 p̃ 12 1 p̃ 8	1 3 m̃ 6 1 p̃ 12 1 m̃ 8
1 3 m̃ 6 1 p̃ 12 1 m̃ 8	
resta 12 1 p̃ 16	eguale à 3 16
12 1	300
1 1	25

la 1. vale 5

1 1 p̃ 16. è la differenza.

cauato 64. cubo della differenza de' lati.

1 1 m̃ 48. restante è il triplo del dutto della differenza de' lati nel rettangolo de' lati.

lati 1 1 p̃ 2
& 1 1 m̃ 2

1 1 m̃ 4. rettangolo de' lati
via 12. triplo della differenza de' lati
fa 12 1 m̃ 48

Vigeſima. Data la ſomma di due quantità, & la ſomma de' cubi loro, di trouare le due quantità.

SIA G 10. la ſomma di due quantità, & D 370. la ſomma de i dui cubi loro, & ſi voglino trouare le due quantità. Poniamo A, eſſere il prodotto delle due quantità, ò vogliamo dire il rettangolo de' lati; Et perche appare dalla compoſitione, fabrica, ò formatione del cubo, che

Sia vn lato 1 *r.* & l'altro 7
la ſomma loro ſarà 1 *r* p 7

1 *r* p 7
1 *r* p 7

1 *c* p 1 2 *q* p 49 *r*
1 *r* p 7

1 *c* p 21 2 *q* p 147 *r* p 343
A B C D

A 1 2. è il cubo di 1 *r.* che è vn lato parte del totale 1 *r* p 7. ſomma de' lati; D 343. è il cubo di 7. che è l'altro lato, reſtante parte della totale ſomma 1 *r* p 7. Queſti 1 3. & 343. cauati dal cubo del totale 1 *c* p 7. reſta 21 2 *q* p 147 *r.* & q̃ſto è il triplo del dutto di 1 *r* p 7. ſomma de' lati in 7 *r.* rettangolo de' lati *(che i lati ſono 1 r. & 7. però il rettangolo loro è 7 r. & 7 r. via 1 r p 7. fà 7 r p 49 r. & queſto giunto à 98 r. & 14 r. doppij à 7 r p 49 r. fà 21 2 p 147 r. che contiene il 7 r p 49 r. volte 3.)*

Se dal cubo della ſomma de' lati ſi caui la ſomma de' dui cubi d'eſſi dui lati, reſta il triplo del prodotto, che naſce à moltiplicare la ſoma dei lati, via il rettangolo d'eſſi dui lati; Di qui ſi vede *(partendo ciaſcuna delle quantità dette per il triplo della ſomma de' lati, cioè per il triplo di G,)* che

Il cubo di G, manco D
partito p il triplo di G

è eguale ad A, rettangolo de' lati, onde eſſendo G, ſomma de' lati 10. il ſuo cubo è 1000. la ſomma de' cubi de' lati è D 370. che cauata da 1000. reſta 670. & queſto partito per il triplo di G 10. ſomma de' lati, cioè partito per 30. ne viene 21: quale è il rettangolo de' lati; Et hora hauendo noto il rettangolo de' lati, & la ſomma de' lati, ſi haueranno noti i lati, mediante la quarta Operatione, Perilche data la ſomma de' lati, ò delle due quantità; & la ſomma de' dui cubi loro, ſi trouaranno le due quantità, ò lati. Et la Regola è. Dal cubo della ſomma delle due quantità ſi caui la ſomma de' cubi d'eſſe due quantità, & il reſtante ſi parta per il triplo della ſomma data delle due quantità, che l'auuenimento ſarà il prodotto, ò rettangolo delle due quantità, quale ſi caui dal quadrato della mità della ſomma delle due quantità, & del reſtante preſa la R. ella ſi giunga, & caui alla mità detta della ſomma delle due quantità, che i dui reſultanti ſaranno le due quantità.

Et ſe dalla notitia della ſomma de i cubi delle due quantità; & dal rettangolo d'eſſe ſi voleſſe conoſcere la ſomma delle due quantità, come ſe B 21. fuſſe il rettangolo delle due quantità, & D 370. fuſſe la ſomma de' dui cubi d'eſſe, & ſi cercaſſe G, ſomma delle due quantità, allhora il cubo di B, ſomma delle due quantità, ò lati, meno il dutto di G, nel triplo del rettangolo d'eſſe due quantità ſaria eguale alla ſomma de' cubi di dette due quantità. Che poſto G, ſomma de' lati eſſere 1 *r.* il ſuo cubo ſaria 1 3. & il triplo del rettangolo de' lati, cioè 63. moltiplicato in eſſo G 1 *r.* fà 63 *r.* che cauato da 1 3. reſta 1 3 m̃ 63 *r.* & queſto è eguale à D 370. ſomma de' cubi de' lati, & accommodato il m̃, haueremo 1 3. eguale à 63 *r* p 370. & la *r.* valerà 10. & queſto 10. è G, ſomma de' lati poſta 1 *r.* onde hora diuiſo eſſo 10. in due parti tali, che il prodotto loro ſia 21. eſſe parti ſaranno i dui lati ò quantità; & ſi fà cauando il 21. da 25. quadrato di 5. mità del 10. & del reſtante 4. preſa la R. che è 2. ella ſi giunge, & caua al 5. che i dui reſultanti 7. & 3. ſono le due parti cercate, & ci moſtrano i dui lati, ò quantità eſſere 7. & 3.

ET PERCHE paſſando auãti con queſt'ordine ſi peruerria ad Equat. Algebratiche, doue oltre i 2. *r.* & numero, v'entrariano ancora 1 3. & altre. Le ſpeculationi, & inuentioni, delle quali ricercano molta ſcrittura, & intelletto ripoſato, & libero dalle moleſtie, le riſerbarò ad altro tempo à propoſito, & ſolo aggiungendo qui alcani queſiti piaceuoli per recreatione, & diletto de gl'amorenoli, & benigni Lettori, farò fine.

I VN Principe hà ſpeſo ſcudi 128000. in aſſoldare per vn meſe 7000. Caualli, & 7000. Fanti, & per ogni centonaro di ſcudi ſi ſono hauuti 18. Fanti di più, che non ſono ſtati i Caualli *(cioè ſe per ſcudi 100. ſi ſono hauuti poniamo 12. Caualli, ſi ſaranno per ſcudi 100. pure, hauuti 30. Fanti, che è 18. più del 12.)* ſi domanda al medeſmo modo volendo aſſoldare pure per vn meſe 200. Caualli, & 300. Fanti, quanti ſcudi biſognaranno.

Pono, che il numero de' Caualli, che ſi hà per 100. ſcudi ſia 1 *r.* che perciò il numero de' Fanti, che ſi haueſſe ſimilmente per 100. ſcudi ſaria 18. di più, cioè 1 *r* p 18.

Hor veggaſi quanti ſcudi verriano ad importare li 7000. Caualli, & 7000. Fanti, dicendo per i Caualli. Se Caualli 1 *r.* importano ſcudi 100. li Caualli 7000. quanto importaranno? & ſi vedrà, che

Caualli Scudi Caualli Fanti Scudi Fanti
1 z — 100 — 7000 1 z p 18 — 100 — 7000

scudi $\frac{700000}{1z}$ scudi $\frac{700000}{1z\,p\,18}$

700000 z p 12600000
700000 z
1400000 z p 12600000

somma scudi $\frac{1400000\,z\,p\,12600000}{1z\,p\,18z}$ eguale à scudi 128000

Cioè 1400000 z p 12600000 —— 128000 z p 2304000 z
12600000 —— 128000 z p 904000 z
1575 —— 162 p 113 z
$98\frac{7}{18}$ —— 1 z p $7\frac{7}{18}$ z

Per scudi 100. si hanno 7 Caualli,
Et per altri 100. scudi 25. Fanti.

Caualli 7000. scudi 100000
Fanti 7000. scudi 28000

però scudi 128000. importano in tutto li Caualli, & Fanti.

C 7. S 100. C 200
20000

Scudi $2857\frac{1}{7}$. li Caualli.

Fanti 25. S 100. Fanti 300
Scudi 1200. li Fanti.
Scudi $4057\frac{1}{7}$. li Caualli.
Scudi $4057\frac{1}{7}$. in tutto.

12 $\frac{11}{18}$
98 $\frac{7}{18}$
110 $\frac{18}{18}$
113569
32 3 3 7
235
4669
$10\frac{17}{18}$
si caua $3\frac{17}{18}$
la z. vale 7

drà, che importano scudi 700000. essimo d' 1 z. Et per li Fanti si dirà. Se Fanti 1 z p 18. importano scudi 100. li Fanti 7000. quanto importaranno? & si dirà, che importano scudi 700000. essimo d' 1 z p 18. ò vogliamo dire scudi 700000. da partire per 1 z p 18 z. quali due importadi insieme, & fanno 1400000 z p 12600000. da partire per 1 z p 18 z. & questo deue essere scudi 128000. perilche è eguale à 128000. Onde leuaremo il rotto, moltiplicando esse quantità per il denominatore 1 z p 18 z. & seguendo come si vede: finalmente ridutta la Equatione ad 12. haueremo 12 z p $7\frac{7}{18}$ z. eguale à $98\frac{7}{18}$. & la z. valerà 7. & questo 7. sarà il numero de' Caualli, che si hanno per 100. scudi (posto essere 1 z.) perilche con 100. scudi pure si haueranno 25. Fanti. Onde hora potremo vedere, che li 200. Caualli proposti importaranno scudi $2857\frac{1}{7}$. & li 200. Fanti scudi 1200. che in tutto fanno sc. $4057\frac{1}{7}$. che bisognaranno.

II. Tre soldati facendo il conto de' loro denari, trouorno, che il primo, & secondo insieme haueuano scudi 40. di più, che non erano i denari del terzo; Ma che il secondo, & terzo insieme haueuano scudi 50. di più, che non erano i denari del primo; Et che il primo, & terzo insieme haueuano scudi 60. di più, che non erano i denari del secondo; si domanda quanti scudi veniua ad hauere ciascuno d'essi tre soldati.

Pono, che i denari, ò scudi del primo, ò che haueua il primo siano 1 z. & quelli del secondo siano 1 z. di 2. che chiamaremo 1. quant. perilche essi dui insieme haueuano 1 z p 1. quantità. & perche si dice, che loro dui insieme haueuano 40. di più, che il terzo; questo terzo dunque veniua ad hauere 40. manco di detta somma, & però haueria 1 z p 1. quantità m 40. & così concludiamo, che quando il primo habbia 1 z. il secondo haurà 1. quantità, & il terzo 1 z p 1. quantità m 40. perilche il primo, & terzo insieme haueriano 2 z p 1. quantità m 40. Et perche si dice, che questi dui insieme haueuano 60. di più, che il secondo, ne segue, che da essa somma di denari del primo, & terzo, cioè da 2 z p 1. quantità m 40. cauandone detto 60. il restante 2 z p 1. quantità m 100. deue essere quello, che hà il secondo; ma si è concluso, che hà 1. quantità, però questo 1. quantità è eguale à detto 2 z p 1. quantità m 100. onde accommodato il m, haueremo 2 z p 1. quantità eguale à 100 p 1. quantità, & leuato 1. quant. da ciascuna banda, si haurà 2 z. eguale à 100. perilche la z. valerà 50. & questo 50. sarà il numero delli scudi, che haueua il primo, perche egli fu posto essere 1 z. Hora conosciuto, che il primo haueua 50. per trouare quanto haueua ciascuno de gl'altri dui, potremo ponere, che il secondo haueſſe 1 z. & così fra il primo, & secondo haueriano 50 p 1 z. ò vogliamo dire 1 z p 50. & perche questo deue essere 40. di più di quello, che haueua il terzo, cauandone questo 40. il restante 1 z p 10. verria ad esser quello, che haueua il terzo, & così concludiamo, che il primo hà 50. il secondo 1 z. & il terzo 1 z p 10. perilche il secondo, & terzo insieme haueriano 2 z p 10. & perche si dice, che essi secondo, & terzo insieme hanno 50. di più, che il primo, leuandone questo 50. il restante 2 z m 40. douerà essere quello, che hà il primo, ma già sappiamo, che esso primo hà 50. però à questo 50. viene ad essere eguale detto 2 z m 40. onde accommodato il m, si haurà 2 z. eguale à 90. & la z. valerà 45.

però

però li ſcudi del ſecondo, che ſi poſero eſſere 1 *r.* ſono 45. Hora ſapendo, che il primo hà 50. & il ſecondo 45. eſſi inſieme haueranno 95. & perche il terzo hà 40. di manco, che queſti dui inſieme, egli haurà 95. manco 40. cioè 55. & coſi ſi dirà, che il primo haueua ſcudi 50. il ſecondo 45. & il terzo 55. che ben ſi vede il primo, & terzo inſieme hauere 105. che è 60. di più, che il 45. del ſecondo; & il ſecondo, & terzo inſieme hauere 100. che è 50. di più, che il 50. del primo.

Ma p ſodisfare anco à chi deſidera ſapere la ſimplice Regola numerale à ſimili queſiti, eccola; Giongaſi quello, in che la ſomma del primo, & ſecondo ſupera il terzo; con quello, in che la ſomma del primo, & terzo ſupera il ſecondo; & del compoſto ſi pigli la mità, che ella ſarà quello, c'hà il primo. Poi ſi giunga quello, in che la ſomma del primo, & ſecõdo ſupa il terzo con quello, in che la ſomma del ſecondo, & terzo ſupera il primo, & del compoſto ſi pigli la mità, che ella ſarà quello, che hà il ſecondo, onde dalla ſomma del primo, & ſecõdo noti cauato quello, in che ella ſupera il terzo, il reſtãte ſarà quello, che hà il terzo; Però dicẽdoſi, Delli tre ſoldati il primo, & ſecondo hanno 30. più del terzo: Ma il ſecondo, & terzo hanno 28. più del primo, & il terzo, & primo hanno 46. più del ſecõdo, operando con la regola ſi trouarà, che il primo hà 38. il ſecondo 29. & il terzo 37. qual regola facilmente ſi fà derivare dalla operatione Algebratica poſta in margine; Auuertendo, che in eſſa da 1 *r* p 38. ſomma del primo, & ſecondo, ma diciamo dal ſolo 38 A, cauare il B 30. & dal reſtante C 8. cauare anco D 28. che reſta E, cioè m 20. queſte due ſottrattioni reſultano l'iſteſſo, che naſce in vna ſola ſottrattione à cauare la ſomma delli dui B 30. & D 28. cioè 58. dal detto A 38. che pure reſta m 20 E. & perche queſto m 20 E, eſſendo m ſi deue poi aggiungere, ò ſommare con il medeſmo A 38. ſi vede, che la ſomma ritornarà ad eſſere il 58. che ſi cauò da eſſo A, cioè Cauare 58. da A, che reſta E. & ad E giongere poi A, ſe ne ritorna à formare il 58. (*che eſſo 58. è compoſto da A, & E,*) ma il 58. è compoſto dal 30. in che il primo, & ſecondo ſuperano il terzo, & dal 28. in che il ſecondo, & terzo ſuperano il primo (*il qual 58. viene ſempre ad eſſere eguale à 2 r. che però la 1 r. poſta eſſere quello, che hà il ſecondo, vale ſempre la mità d'eſſo 58.*) però di queſto compoſto ſi è detto, che ſi pigli la mità, che ella ſarà quello, che hà il ſecondo.

primo, & ſecondo 30. più del terzo
ſecondo, & terzo 28. più del primo
terzo, & primo 46. più del ſecondo

primo 1 *r.* ſecondo *r.* quantità
però il terzo 1 *r* p 1. quantità m 30

primo 1 *r*
terzo 1 *r* p 1. quantità m 30
ſomma 2 *r* p 1. quantità m 30
ſi caua 46

però il ſecondo 2 *r* p 1. quant. m 76 & è eguale ad *r.* quantità poſta, che habbi eſſo ſecondo,
però 2 *r.* ſono eguali à 76. & la *r.* vale 38. però il primo poſto hauere 1 *r.* hà 38.

il primo hà 38
il ſecondo habbi 1 *r.*
ſomma 1 *r* p 38 A
ſi caua 30 B
però il terzo 1 *r* p 8 C
il ſecondo 1 *r*
ſomma 2 *r* p 8 c
ſi caua 28 D
reſta 2 *r* m 20 E

che haueria il primo, ma eſſo primo hà 38 A
però 2 *r* m 28. ſono eguali à 38. cioè 2 *r.* eguali à 58. però la *r.* vale 29. onde il ſecondo poſto hauere 1 *r.* hà 29.

il primo hà 38
il ſecon. hà 29
ſomma 67
ſi caua 50
reſta 37
però il terzo hà 37.
primo 38
ſecondo 29
terzo 37

III. Vno hà lire 300. con le quali vuole comprare 300. animali viui (*ò vccelli, ò altri*) di tre ſorti, la prima da lire 5. l'vno, la ſecõda da lire 2. l'vno, & la terza da ſoldi 8. cioè da lire $\frac{2}{5}$ l'vno, ſi domanda quanti animali haurà di ciaſcuna ſorte.

Pono, che della prima ſorte ne pigli 1 *r.* della ſeconda 1 *r.* di *r.* ma diremo 1. quantità, & della terza il reſto ſino al totale numero di 300. cioè 300 m 1 *r* m 1. quantità, che però à lire 5 *r.* à lire 2. & à lire $\frac{2}{5}$. valeranno lire 5 *r.* & 2. quantità, & 120 m $\frac{2}{5}$ *r* m $\frac{2}{5}$. quantità, perilche valeranno in tutto 120 p $4\frac{4}{5}$ *r* p $1\frac{2}{5}$. quantità, onde queſto ſarà eguale à 300. numero delle lire, che hanno da valere eſſi 300. animali; & però haueremo $4\frac{4}{5}$ *r* p $1\frac{2}{5}$. quantità eguale à 180. & per trouare il valore della quantità la laſſaremo da ſe, & haueremo $1\frac{2}{5}$. quantità eguale à 180 m $4\frac{4}{5}$ *r.* però la quantità vale 112 $\frac{1}{2}$ m $2\frac{7}{8}$ *r.* onde li tre numeri d'animali poſti 1 *r.* & 1. quantità, & 300 m *r.* m 1. quantità ſaranno 1 *r.* & 112 $\frac{1}{2}$ m $2\frac{7}{8}$ *r.* & 187 $\frac{1}{2}$ p $1\frac{7}{8}$ *r.* Per trouar mò il valore della *r.* in numero intiero (*perche gl'animali deuono eſſere intieri, che ſono vnità Aritmetiche indiuiſibili, & il valore della r.*

della 2.hà da moſtrare il numero de gl'animali della prima ſorte poſſo eſſere 1 2.) conuiene, che egli ſia tale, che (conſiderato il 112½ in 2⅞ 2.) moltiplicato per 2⅞. il prodotto cauato da 112½. il reſtante ſia numero intiero, acciochè 112½ in 2⅞ 2. che hà da eſſere il numero de gl'animali della ſeconda ſorte ſia intiero, ma 1. moltiplicato per 2⅞. fà 2⅞. & 2. via ⅞. fà 3⅛. & 3. via 2⅞. fà 8⅝. ciaſcuno de' quali hà rotto diuerſo da ½. rotto accompagnato al 112½. perilche cauato da eſſo 112½. non può reſtare intiero, onde preſo 4. egli via 2⅞. ouero via il ſolo rotto ⅞. che baſta, farà 28/8. cioè 3½. che hà per rotto ½. come hà il 112½. però 4. farà à propoſito, che via 2⅞. fà 8. & 3½. cioè 11½. però potremo porre, che la 2. vagli 4. & queſto 4. ſarà il numero della prima ſorte poſto eſſere 1 2. onde il num. della ſeconda ſorte, che deue eſſere 112½ in 2⅞ 2. ſarà 112½ in 11½. cioè 101. & il numero della terza ſorte ſarà il reſto fino à 300. cioè 195.

Ma notiſi, che ancora la 2. in intieri potrà hauere altre valure, & tante, quante volte ſi potrà formare il dutto di 2⅞. in alcun numero intiero tale, che il prodotto habbi per rotto ½. acciochè cauato da 112½. il reſtante ſia intiero; Ma 2⅞. via 8. via 16. via 24. & via 32. produce intiero, che con 11½. dutto del 2⅞. via 4. farà numero compoſto da intiero, & da ½. & però cauato da 112½. reſtarà intiero; Onde il valore della 2. nõ ſolo potrà eſſere 4. ma 8. di più, & anco 16. di più, & anco 24. di più, & anco 32. di più; cioè potrà eſſere 4. ò 12. ò 20. ò 28. ò 36. & così della prima ſorte ſi potrà hauere, ò 4. ò 12. ò 20. ò 28. ò 36. però della ſeconda ſorte, ò 101. ò 78. (cioè 23. di manco, perche 8. volte 2⅞. che ſi giunge all' 11½. del 112½ in 11½. fà 23. & però il in 11½. douenta in 34½. & così il 112½ in 11½. douenta 112½. in 34½. cioè 78.) ò 55. ò 32. ò 9. & il reſto della terza ſorte, come ſi vede in margine.

4	5	20	13.	60	20	100	28	140	36	180
101	2	202	78	156	55	110	32	64	9	18
195	⅜	78	210.	84	225	90	240	96	255	102
300		300	300	300	300	300	300	300	300	300

Per deriuare mò la Regola ſimplice numerale, à ſimili queſiti mediante la Operatione Algebratica, conſideraremo il naſcimento del 120. del 4½ 2. dell'1½. quantità (che compongono 120. p 4½ 2 p 1½. quantità, valore totale delli 300. animali trouato da principio) & de gl'altri; Quãto al 120. egli deriua à moltiplicare ⅞. prezzo minore per il 300. numero de gl'animali, che fa 120. Il 4⅜. & l'1½. deriuano dal cauare detto ⅞. prezzo minore inferiore all'vnità, dal 5. & 2. prezzi maggiori, ſuperiori all'vnità; Dipoi il 120. ſi caua dal totale 300. numero de gl'animali & reſta 180. quale ſi parte per l'1½. reſtante minore delli dui detti 4½. & 1½. & ne viene il 112½. & anco con l'iſteſſo 1½. ſi parte 4½. reſtante maggiore, & ne viene 2⅞. il quale 2⅞. ſi piglia poi tante volte, che cauato da 112½. reſti numero intiero. Onde noi per ſchiuare rotti, potremo moltiplicare queſti numeri per il denominatore 8. che contiene anco il 2. denominatore dell'½. del 112½. & ne reſultano 23. 8. & 900. Et così hora cauando il 23. da 900. tante volte, che il reſtante ſia diuiſibile precise per l'8. il numero delle volte, che lo cauaremo ſarà il numero de gl'vccelli, ò animali del maggior prezzo, & quel numero, che verrà à partire il reſtante del 900. per l'8. ſarà il numero de gl'animali del prezzo mezano. Onde, perche il 23. ſi può cauare 4 volte, & 12. volte, & 20. volte, & 28. volte, & 36. volte dal 900. reſtando ſempre numeri diuiſibili per 8. precise, eſſendo eſſi reſtanti 808. 624. 440. 256. & 72. quali partiti per 8. gl'auuenimenti ſono 101. 78. 55. 32. & 9. ſapremo, che della prima ſorte ſe ne potranno hauere 4. ò 12. ò 20. ò 28. ò 36. & della ſeconda 101. ò 78. ò 55. ò 32. ò 9. & però il reſtante della terza ſorte, cioè 195. ò 210. ò 225. ò 240. ò 255. Ma la Regola in aſtratto potrà eſſere queſta.

Moltiplichiſi il numero de gl'animali per il rotto, ò parte d'vnità, che è il prezzo minimo, & lo chiamaremo terzo, chiamando primo il prezzo maggiore, & ſecondo il prezzo mezano; & il prodotto (120.) ſi caui dal numero totale (300.) delle lire del prezzo totale, & il reſtãte (180.) che chiamaremo R, ſi ſerbi; Ancora ſi caui il terzo prezzo (⅞.) dal primo (5.) & dal ſecõdo (3.) & ſiano li dui reſtãti a. (4⅜.) & c. (1½.) Dipoi R. (180.) ſerbato ſi parta per il c. (1½.) & ſia l'auuenimento d. (112½.) & con l'iſteſſo c. (1½.) ſi parta a. (4⅜.) & ſia l'auuenimento g. (2⅞.) il quale ſi pigli tante volte u, che il prodotto, ò compoſto cauato dal d. (112½.) il reſtante ſia numero intiero; che eſſo numero di volte u, ſarà il numero de gl'animali della prima ſorte, & il reſtante t, ſarà il numero de gl'animali della ſeconda ſorte; onde cauato la ſomma d eſſi u & t. dal totale numero de gl'animali, il rimanente verrà ad eſſere il numero de gl'animali della terza ſorte.

Et per eſemplificare eſſa Regola, acciò tanto più facilmẽte ſi facci familiare alli ſtudioſi Lettori, ſi ſupponaſi queſt'altro queſito. Si vogliono ſpendere lire 100. in 100. animali di tre ſorti, che ciaſcuno di quelli della prima ſorte vale lire 3. della ſeconda lire 1. & ſoldi 15. cioè lire 1¾. & della terza ſoldi 13. & quattrini 2. cioè lire ⅔. Per trouare quanti ſe ne douranno pigliare di cia-

di ciaſcuna ſorte. Moltiplicaremo 100. numero de gl'animali via $\frac{2}{7}$. prezzo minimo, ò terzo, & il prodotto $66\frac{2}{7}$. ſi cauarà dal totale 100. numero delle lire del totale prezzo, & il reſtante $33\frac{5}{7}$. R, ſi ſerbi. Ancora ſi cani il terzo prezzo $\frac{2}{7}$. dal primo 3. & reſti $2\frac{5}{7}$ a, & anco detto terzo prezzo $\frac{2}{7}$. ſi cani dal ſecondo $1\frac{5}{7}$. & reſti $1\frac{5}{7}$ c. Dipoi R $33\frac{5}{7}$. ſi parta per c $1\frac{5}{7}$. che ne viene $30\frac{10}{11}$ d, & anco con eſſo c $1\frac{5}{7}$. ſi parta $2\frac{5}{7}$. che ne viene $2\frac{5}{7}$ g. Queſto g, mò ſi pigli tante volte u, che il prodotto cauandolo da d $30\frac{10}{11}$. reſti numero intiero, & perche il $\frac{5}{11}$. rotto del g, in $\frac{10}{11}$. rotto del d $30\frac{10}{11}$. entra 5. volte intiere, vedemmo, che g, preſo 5. volte u, il prodotto $10\frac{10}{11}$. cauandolo da d $30\frac{10}{11}$. il reſtante ſarà intiero, & è 20 u, però u 5. ſarà il numero de gl'animali del primo prezzo, & 20. del ſecondo; quale 20. con u 5. fa 25. & queſto 25. cauato dal totale numero 100. de gl'animali, il rimanente 75. ſarà della terza ſorte, ò terzo prezzo. Et ſe bene il g $2\frac{5}{11}$. ſi potria anco pigliare volte 13. di più *(quale 13. è moſtrato hora dal 13. denominatore commune delli rotti $\frac{5}{11}$. & $\frac{10}{11}$. di g, & d,)* & però in tutto volte 18. con la conditione neceſſaria detta; che 18. volte $\frac{5}{11}$. fà $2\frac{10}{11}$. che hà il rotto $\frac{10}{11}$. quale è l'iſteſſo, che è il rotto $\frac{10}{11}$. del d $30\frac{10}{11}$. nondimeno, perche 18. volte $2\frac{5}{11}$. fà $38\frac{10}{11}$. che ſupera il d $30\frac{10}{11}$. & però non ſi può cauare da eſſo d, ſi vede, che il queſito non può hauere altra riſpoſta, che queſta ſola datali.

5 à lire 3	importano lire	15
20 à lire $1\frac{3}{4}$	importano lire	35
75 à lire $\frac{2}{3}$	importano lire	50
100	lire	100

Ad altro tempo più commodo ſi potrà anco moſtrare come ſi operi, quando con le lire 100. *(ò altra quantità)* ſi voleſſero comprare 100. animali *(ò altra quantità)* di 4. ò 5. ò 6. ò più ſorti, ò prezzi dati, Et come anco ſi operi quando il numero de gl'animali non fuſſe l'iſteſſo, ma maggiore, ò minore del numero delle lire, ò monete da ſpendere in eſſi.

IIII. Vn' Orefice vuole fare tre Tazze d'argento di tre diuerſe ſorti, che fra tutte tre peſino 100. oncie, & che l'argento della prima Tazza vagli lire $3\frac{1}{2}$. l'oncia, quello della ſeconda Tazza vagli lire $2\frac{1}{4}$. l'oncia, & quello della terza Tazza vagli lire $3\frac{1}{7}$. l'oncia; & che ſiano tali i peſi di ciaſcuna di loro, che il valore dell'argento dell'vna ſia preciſe eguale al valore dell'argento che ſarà in ciaſcuna dell'altre due; ſi domanda il peſo di ciaſcuna di loro, & il valore dell'argento, che vi ſarà.

Queſto queſito in aſtratto importa quanto il dire, Diuidaſi 100. in tre parti tali, che la prima moltiplicata per $3\frac{1}{2}$. la ſeconda per $2\frac{1}{4}$. & la terza per $3\frac{1}{7}$. i tre prodotti ſiano eguali fra loro; Onde poſto la prima parte eſſere 1 r. moltiplicatala per $3\frac{1}{2}$. fà $3\frac{1}{2}$ r. & queſto $3\frac{1}{2}$ r. douerà eſſere il prodotto della ſeconda moltiplicata per $2\frac{1}{4}$. & anco della terza moltiplicata per $3\frac{1}{7}$. onde partendo $3\frac{1}{2}$ r. per $2\frac{1}{4}$. & per $3\frac{1}{7}$. che ne viene $1\frac{1}{11}$ r. & $1\frac{1}{12}$ r. la ſeconda ſarà $1\frac{1}{11}$ r. & la terza $1\frac{1}{12}$ r. quando la prima ſia 1 r. però in intieri *(moltiplicando eſſi numeri miſti per 352. che è prodotto delli denominatori 11. & 32. delli loro rotti)* quando la prima ſia 352. la ſeconda ſarà 448. & la terza 385. però la ſomma loro ſarà 1185. ma ſe di 1185. le tre parti ſono 852 448. & 385. di 100. elle ſarano $29\frac{107}{237}$. & $37\frac{191}{237}$ & $32\frac{116}{237}$. quali moltiplicate per $3\frac{1}{2}$. la prima, per $2\frac{1}{4}$. la ſeconda, & per $3\frac{1}{7}$. la terza, produconovn'iſteſſo $103\frac{229}{237}$. Perilche ſi dirà, che la prima Tazza douerà peſare oncie $29\frac{107}{237}$. la ſeconda oncie $37\frac{191}{237}$. & la terza oncie $32\frac{116}{237}$. *(& queſti rotti d'oncia ſi poſſono ridurre à carati, & grani)* & che l'argento di ciaſcuna di loro valerà lire $103\frac{229}{237}$. cioè quaſi lire 104.

1185	352	448	385
	35200	44800	38500
	29	37	32
	11509	9259	2950
	835	955	580
	167	191	116
	29	37	32
	237	237	237
via	$3\frac{1}{2}$	via $2\frac{1}{4}$	via $3\frac{1}{7}$
	501	382	348
	87	74	96
	202	214	118
	14	18	6
	703	107	466
	229	107	229
fà	103	703	103
	237	229	237
		103	
		237	

V. Vn Sargente hà 6000. Fanti, de' quali vuol fare tre ordinanze, ma che habbino vn medeſimo fianco per poterle vnire tutte tre inſieme, ò due di loro à ſua voglia; & che ſiano tali, che la prima habbi per fronte volte $2\frac{1}{2}$. tanti Fanti, quanto ſarà il fianco *(che coſi ſarà quadra di terreno)* la ſeconda habbi il numero de' Fanti della fronte volte $1\frac{1}{2}$. quanto il numero del fianco, & la terza habbi il numero de' Fanti della fronte doppio à quello del fianco, ſi domanda il fianco; & la fronte di ciaſcuna d'eſſe ordinanze. Pono il numero de' Fanti del fianco eſſere 1 r. però

li numeri delle fronti delle tre ordinãze saranno $2\frac{1}{2}$ r. & $1\frac{1}{2}$ r. & 2 r. che giunti insieme fanno $5\frac{1}{2}$ r. & moltiplicato per il fianco 1 r. produce $5\frac{1}{2}$ r. per il numero della grandezza totale, & però è eguale à 6000. onde *(leuando il rotto)* 55 r. sono eguali à 36000. & 1 r. à 1028$\frac{4}{11}$. però la r. vale R. 1028$\frac{4}{11}$. cioè 32. *(& alquanto più mà trattando di Fanti, quali hanno la vnità indiuisibile, non conuiene adoprar rotti in essi)* onde 32. sarà il numero de' Fanti del fianco commune; & quanto alle fronti moltiplicandolo per $2\frac{1}{2}$. che fà 74$\frac{8}{11}$. ma diremo 75. questo 75. sarà il numero de' Fanti della fronte della prima ordinanza: Ancora esso 34. moltiplicato per $1\frac{1}{2}$. & per 2. che produce 48. & 64. essi mostrano la fronte della seconda ordinanza essere di 48. Fanti, & della terza di 64. Fanti; perilche moltiplicando queste fronti per il loro fianco 32. i prodotti 2400. 1536. & 2048. mostrano, che la prima ordinanza contiene Fanti 2400. la seconda 1536. & la terza 2048. che in tutto importano Fanti 5984. perilche fino al numero delli 6000. vi entrano Fanti 16.

La Regola sarà questa. Sommisi insieme i numeri, che sono denominatori delle proportioni, che hanno d'hauere le diuerse fronti al commune fianco; & con la somma si parta il numero dato de' Fanti, & dell'auuenimento si pigli la radice quadra, quale sarà il numero de' Fanti, che haurà il fianco di ciascuna ordinanza. & questo moltiplicato per i denominatori detti, i prodotti saranno i numeri de' Fanti delle fronti; Qual Regola è vniuersalissima, o siano le ordinanze molte, ò sia vna sola. Et questo basti per hora.

PARE, che il fine della persona sia il sodisfare al suo desio, sia egli qual si vogli, in esso pone il pensiero, & opra, & in esso si contenta, poiche si vede alcuni attendere ad vna cosa, & altri ad vn'altra, ò vtile, ò nò, che sia; consistendo il contento nel diletto, & non nel particolare vtile dell'opera; ne altro pare à molti, che si cani da questa parte Elementare, che il compiacersi in particolare; parendo à loro ogni cosa essere transitoria, & vana; onde felici pare, che si chiamino quelli, à i quali occorrono le cose secondo il loro desio, massime se essi desij sono honorati, & catolici, che quando fussero altramente, i desij sensuali nelle persone ragioneuoli, che pure si accorgono esi essere lontani dalla strada dell'honore, & della salute, & però repugnare al bene, vengono ad essere di continua molestia; poiche la parte sensuale quando è molto potente, di continuo contrasta alla ragione, che pure nella persona ragioneuole cerca, & deue preualere, onde se nella persona ragioneuole si abbatte, ò per la effeminata, & spensierata, ò otiosa educatione, essere donenta potente la parte sensuale si viene à sentire continua guerra in se stesso, però auuertasi bene à procurare buona educatione alli putti, & giouani; che sarà senza austerità, ma accompagnando il necessario con l'honesto, & indirizzarli alle dottrine proficue, & alle dilettenuoli insieme *(& le Mathematiche in particolare, cioè Aritmetica, & Geometria, & le dependenti, ò subalterne Musica, Perspettiua, Astronomia, Cosmografia, & derivanti da queste, sono & proficue, & dilettenuoli insieme, oltre che elle acuiscono, & illustrano mirabilmente l'intelletto; apportando di più molto vtile, & ornamento à tutte le Dottrine, Arti, & Negotij)* non gli lassando mai stare otiosi; che così la parte ragioneuole facilmente potrà dominare la sensitiua; Che sosi abbattesse à dominare la sensitiua, ne potria deriuare vita inhonesta, vitiosa, & infame; & forsi indurria la persona à disperatione, quando non potesse adempire i suoi desij; ò almeno ad insania, & ad operationi empie, come spesso occorre ne i sfrenati desij libidinosi, nel giuoco, & altri; Preghiamo dunque N. S. Dio pietosissimo, che ci conceda gratia di pensar sempre, & operare nella via della salute à gloria di Sua Diuina Maestà, con beneficio vniuersale, & ornamento del Mondo.

Laus Deo, & Beatæ Virgini Mariæ.

146CC5